

CP VERLETZUNG IM STANDARDMODELL
UND IN SUPERSYMMETRISCHEN ERWEITERUNGEN

Herbert Steger

1985

*Liss
München*

CP Verletzung im Standardmodell
und in supersymmetrischen Erweiterungen

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Herbert Steger
München

München, den 1. Oktober 1985

Betreuer der Arbeit: Dr. A.J. Buras

1. Gutachter: Professor Dr. H. Fritzsche

2. Gutachter: Professor Dr. H.P. Dürr

Tag der mündlichen Prüfung: 23.12.1985

Gewidmet meiner Mutter
und dem Andenken
an meinen Vater

名	道
可	可
名	道
非	非
常	常
名	道

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden ein Überblick über den gegenwärtigen Stand der Überlegungen zur CP Verletzung im Standardmodell mit 6 Quarks gegeben und eine Analyse vorgestellt, die den Zerfall des B-Mesons mit einbezieht. Besonderer Wert wird hierbei auf eine Darstellung gelegt, die die relevanten Größen ausschließlich in Abhängigkeit von experimentell bestimmbaren Parametern zeigt, so daß (im Gegensatz zum Großteil der bisherigen Literatur) neue Meßwerte keine neue Analyse mehr erfordern. Wir diskutieren die theoretischen Unsicherheiten dieser Untersuchung und geben die resultierenden Mischungswinkel der Kobayashi-Maskawa-Matrix, die Phase δ und das Verhältnis ϵ'/ϵ als Funktionen von τ_B , $T(b \rightarrow u)/T(b \rightarrow c)$, m_t und dem "bag"-Parameter B an. Für bestimmte Wertebereiche dieser Parameter kann das Standardmodell die experimentellen Werte für die Parameter ϵ und ϵ' kaum reproduzieren. Wir beschäftigen uns mit der CP Verletzung außerhalb des Systems neutraler Kaonen; am erfolgversprechendsten scheint hierfür das System $B^0 - \bar{B}^0$ zu sein. Unter Vorwegnahme zukünftiger Schwierigkeiten diskutieren wir ausführlich Alternativen zur Erklärung der CP Verletzung im Standardmodell im Rahmen supersymmetrischer Theorien.

INHALT

Seite

1.	Einleitung	1
2.	CP Verletzung am Standardmodell	9
2.1	Allgemeine Bemerkungen	9
2.2	Die Mischungswinkel der Kobayashi-Maskawa Matrix	16
2.3	Die Parameter der CP Verletzung ϵ und ϵ'	22
2.4	Die Berechnung von f und M_{12}	34
2.4.1	Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 1$ Übergänge	34
2.4.2	Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 2$ Übergänge	50
2.4.3	Das "Penguin"-Matrizelement	54
2.4.4	Das Matrizelement für $\Delta S = 2$ Übergänge	64
2.5	Die Parameter ϵ und ϵ' im Standardmodell - eine phänomenologische Analyse	69
2.6	Das elektrische Dipolmoment des Neutrons	80
2.7	Das System $B^0-\bar{B}^0$	
2.7.1	Einführung und Definition	86
2.7.2	CP Verletzung bei virtuellen Übergängen	101
2.7.3	CP Verletzung bei direkten Übergängen	105
2.8	Zusammenfassung und Bemerkungen	107
3.	CP Verletzung in supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells	110
3.1	Einführung in spontan gebrochene $N = 1$ Modelle der Supergravitation	113
3.2	Supersymmetrische Beiträge zur CP Verletzung	124
3.3	Das elektrische Dipolmoment des Neutrons in supersymmetrischen Theorien	130
3.4	Die Parameter ϵ und ϵ'	135
3.5	Vorhersagen für ϵ'/ϵ und die Systeme $B^0-\bar{B}^0$ und $D^0-\bar{D}^0$	141
4.	Zusammenfassung und Ausblick	151

Danksagung	156
Fußnoten	157
Anhang 1: Diagramme zur phänomenologischen Analyse in Kap. 2.5	161
Anhang 2: Diagramme zur phänomenologischen Analyse in Kap. 2.7	175
Literatur	187

FIGUREN

	<u>Seite</u>
Fig. 1: S_3 als Funktion von τ_B	19
Fig. 2: Das Verhältnis S_2/S_3 als Funktion von τ_B	19
Fig. 3: Diagramme, die den effektiven Hamilton-Operator G1. (2.114) darstellen	36
Fig. 4: Ein typisches "Pinguin"-Diagramm	37
Fig. 5: Die Gluonkorrekturen für den effektiven 4 Fermi Operator	38
Fig. 6: Das "box"-Diagramm	50
Fig. 7: Die diagrammatische Darstellung von M_{12} G1. (2.195)	65
Fig. 8: Die Werte für S_2 als Funktion von τ_B	74
Fig. 9: Die Werte für ϵ	
Fig. 10: Die Bereiche im Raum $(\bar{R}, \tau_B)$, in denen das Standardmodell verträglich ist mit $ \epsilon_K $ und den B-Zerfallsdaten	75
Fig. 11: Die Werte für das Verhältnis ϵ'/ϵ als Funktion von τ_B	75
Fig. 12: Die untere Schranke für m_t als Funktion von τ_B	76
Fig. 13: Die untere Schranke für ϵ'/ϵ als Funktion von m_t	77
Fig. 14: Das elektrische Dipolmoment des Neutrons	84
Fig. 15: Das Verhältnis $(\Delta M)_d/B^{2/5}$ als Funktion von τ_B	95
Fig. 16: Das Verhältnis $(-\Delta T'_d)/\Delta M_d$ als Funktion von τ_B	95
Fig. 17: Z_d als Funktion von τ_B	96
Fig. 18: Z_s als Funktion von τ_B	96
Fig. 19: Das Verhältnis X_d/B_d als Funktion von τ_B	99
Fig. 20: $\sin 2\varphi_d$ als Funktion von τ_B	99
Fig. 21: $R_{\text{odd}}^{(d)}/B^2$ als Funktion von τ_B	103
Fig. 22: $-1/B_d^2$ als Funktion von τ_B	103
Fig. 23: A_d/B_d als Funktion von τ_B	106

Fig. 24:	Beitrag zur Masse des Eichfermions λ auf dem l-Schleifen-Niveau	122
Fig. 25:	Der Gluino-Squark Beitrag zum elektrischen Dipol- moment des Neutrons auf dem l-Schleifen-Niveau	131
Fig. 26:	Beiträge des "box"-Diagramms zum $\Delta S = 2$ Matrixelement M_{12}	142
Fig. 27:	Schranken für die Massen von Squarks und Gluinios	145
Fig. 28:	Die untere Schranke für die Masse des t-Quarks als Funktion von τ_B in supersymmetrischen Theorien	146
Fig. 29:	"Pinguin" und "Pinguino"-Beiträge zu ϵ'	147
Fig. 30:	ϵ'/ϵ als Funktion von τ_B in supersymme- trischen Theorien	147

TABELLEN

Seite

Tabelle 1: Die Werte der Parameter z_i und y_i aus Gl. (2.141)	44
Tabelle 2: Die Parameter z_k und $\tilde{y}_k$ aus Gl. (2.143)	46
Tabelle 3: $\alpha_s(\mu^2)$ und die Faktoren $[\alpha_s(\mu^2)]^{TK}$	47
Tabelle 4: Die Koeffizienten der Operatoren O_7 und O_8	50
Tabelle 5: Die Werte von η_2 und η_3	51
Tabelle 6: Die Werte von η_1	54
Tabelle 7: Die Umrechnung von H in B_K'	56
Tabelle 8: Die Werte der Koeffizienten P_k und q_k aus Gl. (2.194)	63
Tabelle 9: Die Bereiche der Parameter $\eta_2^{(B)}$, $\eta_4^{(B)}$ und $\eta_5^{(B)}$	91
Tabelle 10: Die Werte von $U_{cc}^{(d)}$, $U_{tt}^{(d)}$ und $U_{ct}^{(d)}$	91
 Tabelle F5: Die Werte der Parameter $\bar{r}_1$ und $\bar{r}_2$ und die Skalierungsfaktoren $\bar{z}$ und $\bar{y}$.	 158

I. Einleitung

Eines der wichtigsten Probleme in der theoretischen Hochenergiephysik ist seit über 20 Jahren die Frage nach der Ursache der CP Verletzung und nach der Größe der Parameter, die dieses Phänomen beschreiben. Es handelt sich hierbei um eine Verletzung der Invarianz von Teilchenprozessen unter Hintereinanderausführung der diskreten Transformationen Ladungskonjugation und Parität. Gemäß eines Theorems von Lüders⁽¹⁾, Schwinger⁽²⁾ und Pauli⁽³⁾ weisen Feldtheorien unter sehr allgemeinen Voraussetzungen Invarianz unter der kombinierten Symmetrie aus Ladungskonjugation (C), Parität (P) und Zeitumkehrtransformation (T) auf; der Beweis dieses Theorems beruht auf der lokalen Lorentzinvarianz der untersuchten Feldtheorie, auf der Hermiteizität der Hamiltondichte und dem üblichen Zusammenhang zwischen Spin und Statistik (d.h. Quantisierung mittels Kommutatoren für Bosonen und mittels Antikommutatoren für Fermionen). Für Feldtheorien, die diese Voraussetzungen erfüllen, ist eine Verletzung der CP Symmetrie gleichbedeutend mit einer Verletzung der Zeitumkehrinvarianz.

Im Jahre 1964 entdeckten Christenson, Cronin, Fitch und Turley⁽⁴⁾, daß die CP Symmetrie tatsächlich bei den Zerfällen neutraler K-Mesonen mittels der schwachen Wechselwirkung verletzt ist. Sie fanden, daß das neutrale Teilchen K_L , das zuvor als Zustand mit dem Eigenwert $CP = -1$ aufgefaßt wurde, in 2 % aller Zerfälle in den Endzustand $\pi^+ \pi^-$ übergeht, der den Eigenwert $CP = +1$ aufweist.

Im Prinzip sind vier Verfahren denkbar, die sich zum Nachweis von CP Verletzung eignen (F1):

- a) Durch eine CP verletzende Wechselwirkung wird die Entartung zwischen zwei neutralen CP Eigenzuständen ($\frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0)$ und $\frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0)$ in unserem Fall) aufgehoben, so daß die Masseneigenzustände Linearkombinationen von CP Eigenzuständen darstellen. Damit CP Verletzung beobachtbar wird, müssen die Nebendiagonalelemente der Zerfalls- und der Massenmatrix, die den Übergang - z.B. von $\bar{K}^0$ in K^0 - beschreiben, verschiedene Phasen aufweisen ("virtuelle CP Verletzung"). Die für die Messung der virtuellen CP Verletzung maßgebliche Größe ist der Parameter ϵ .

- b) Mittels der starken (im Fall $\pi^- p \rightarrow \Lambda \bar{K}^0$) bzw. elektromagnetischen Wechselwirkung (im Fall $e^+ e^- \rightarrow B^0 \bar{B}^0$) werden neutrale Flavoreigenzustände erzeugt, die als Linearkombination von Masseneigenzuständen aufzufassen sind. Aufgrund der unterschiedlichen Lebensdauern der Masseneigenzustände weist der Strahl nach kurzer Zeit eine Beimischung der Komponente auf, die im Vergleich zum ursprünglich erzeugten Zustand entgegengesetzte Flavorquantenzahlen trägt. Können nun die beiden Flavoreigenzustände (und damit die beiden Masseneigenzustände) in den gleichen Endzustand übergehen, so ergeben sich im Fall komplexer Kopplungskonstanten unterschiedliche Interferenzterme in den Zerfallsbreiten. Der gemessene Effekt ist bei dieser Methode sowohl von der Größe der Mischung zwischen den Flavoreigenzuständen als auch der Stärke der CP Verletzung beim direkten Zerfall abhängig ("direkte CP Verletzung"). Beim Zerfall der neutralen K-Mesonen in zwei Pionen wird die direkte CP Verletzung durch den Parameter ϵ' gemessen; ϵ' beschreibt hierbei im wesentlichen den Unterschied zwischen den Übergängen von K^0 in zwei geladene bzw. zwei neutrale π -Mesonen und ist daher proportional zur Phasendifferenz zwischen den schwachen Amplituden für den Zerfall in Endzustände mit Isospin 0 bzw. Isospin 2. Dieser Unterschied zwischen den Amplituden A_0 und A_2 wird durch die sog. "Penguin"-Diagramme hervorgerufen, die nur zum $\Delta I = \frac{1}{2}$ Übergang beitragen und daher im Zusammenhang mit der empirischen $\Delta I = \frac{1}{2}$ -Regel eine Rolle spielen.
- c) Eine weitere Möglichkeit, CP Verletzung zu untersuchen, bieten Zerfälle von Teilchen in einen bestimmten Endzustand, die über unterschiedliche Kanäle (Zerfallskaskaden) ablaufen können; falls die relevanten Kopplungskonstanten Phasen aufweisen, führen die Interferenzterme zu verschiedenen exklusiven Raten für die konjugierten Zerfallsmoden. Zu beachten ist hier, daß trotz dieser Unterschiede bei exklusiven Zerfällen aufgrund des CPT-Theorems die Summe der Breiten gewisser Klassen von Zerfällen - zumindest jedoch die Gesamtbreiten - für Teilchen und Antiteilchen Gleichheit aufweisen. Ein Problem bei diesem Verfahren besteht darin, daß die in Frage kommenden Zerfallsmoden meist sehr kleine Verzweungsverhältnisse aufweisen (z.B. $BR(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-) \approx 5.6 \cdot 10^{-6}$) und daher sehr hohe Statistik erforderlich ist; dies ist der Grund dafür, daß sich aus den Zerfällen von K^+ noch keine definitiven Schlüsse

ziehen lassen⁽⁶⁾. Eine unentbehrliche Voraussetzung für dieses Verfahren besteht darin, daß Phasenverschiebungen aufgrund der Endzustandswechselwirkung (starke Wechselwirkung) für die verschiedenen Kanäle voneinander abweichen; um eventuelle positive Ergebnisse interpretieren zu können, ist daher die Kenntnis dieser Phasen unumgänglich. Auch bei dieser Methode wird im Gegensatz zur Untersuchung der "virtuellen" CP Verletzung unter Punkt a) die direkte CP Verletzung bei sog. "on-shell" Übergängen gemessen.

- d) Als vierte Methode bietet sich die Messung der Spinpolarisation der geladenen Leptonen bei gewissen semileptonischen Zerfällen an. So läßt sich z.B. beim Zerfall $K_L \rightarrow \pi^+ \mu^- \nu$ das folgende Produkt aus dem Polarisationsvektor ($\vec{\epsilon}_\mu$) und dem Impuls ($\vec{p}_\mu$) des Myons und dem Impuls des π -Mesons ($\vec{p}_\pi$) bilden⁽⁶⁾: $\vec{\epsilon}_\mu \cdot (\vec{p}_\mu \times \vec{p}_\pi)$. Eine nichtverschwindende transversale Polarisation des Myons in Bezug auf die Zerfallsebene, die durch $\vec{p}_\mu$ und $\vec{p}_\pi$ aufgespannt wird, würde die Zeitumkehrinvarianz und damit die CP Symmetrie verletzen. Verursacht wird eine derartige CP Verletzung - ebenso wie in den Fällen a), b) und c) - durch die Interferenz zweier Amplituden, die voneinander abweichende Phasen aufweisen.

In allen vier Fällen ist somit erforderlich, daß die relevanten Kopplungskonstanten mit komplexen Phasen versehen sind; im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung⁽⁸⁾ mit mehr als zwei Familien⁽⁹⁾ liegt die Ursache hierfür in den komplexen Yukawa-Kopplungen zwischen dem skalaren Higgsdublett und den links- und rechtshändigen Fermionen und somit in der Massenmatrix für die Quarks (falls die Neutrinos unterschiedliche Massen aufweisen, so kann auch im Leptonsektor CP Verletzung auftreten). Da im Standardmodell diese Kopplungen ebenso wie die Eichkopplungen als freie Parameter aufzufassen sind, läßt sich das Phänomen der CP Verletzung in dieser Theorie zwar parametrisieren, sein Ursprung bleibt jedoch ungeklärt. Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung, das bisher mit allen experimentellen Befunden im Einklang steht und in der Entdeckung der Eichbosonen $W^\pm$ und Z^0 bei den vorhergesagten Massen⁽¹⁰⁾ einen seiner größten Triumphe feiern konnte, ist aufgrund der großen Anzahl freier Parameter nicht voll befriedigend. Um eine Erklärung für die Größe der experimentell bestimmten Fermionmassen und der Phase δ zu finden, erscheint eine möglichst genaue Bestimmung dieser freien Parameter als unabdingbar.

Im Laufe des letzten Jahres erlangte der Fragenkomplex CP Verletzung aufgrund einer Reihe von Ergebnissen experimenteller Messungen bei mittleren und niedrigen Energien verstärktes Interesse.

So lieferten Untersuchungen der Zerfälle von B-Mesonen ($b\bar{u}$, $b\bar{s}$) Werte für die Lebensdauer des b-Quarks, die um einen Faktor 100 länger sind, als man ursprünglich aufgrund naiver Annahmen⁽¹¹⁾ vermutet hatte; am Beschleuniger in Stanford (SLAC) fanden die CLEO und CUSB Kollaborationen die folgenden Werte^(12,13) (F2):

$$\tau_B = (1.2 \pm 0.4 \pm 0.3) 10^{-12} \text{ sec (Mark II)} \quad (1.1)$$

$$\tau_B = (1.6 \pm 0.4 \pm 0.3) 10^{-12} \text{ sec (MAC)} \quad (1.2)$$

Ein weiteres unerwartetes⁽¹¹⁾ experimentelles Ergebnis zeigte sich bei der Messung der oberen Schranken für den Quotienten aus den semileptonischen Verzweungsverhältnissen für den direkten Übergang des B-Mesons in Teilchen, die u bzw. c Quarks enthalten⁽¹⁵⁾:

$$\bar{R} = \Gamma(b \rightarrow u e \nu) / \Gamma(b \rightarrow c e \nu) < 0.04 \quad (\text{CLEO}) \quad (1.3)$$

$$\bar{R} = \Gamma(b \rightarrow u e \nu) / \Gamma(b \rightarrow c e \nu) < 0.055 \quad (\text{CUSB}) \quad (1.4)$$

Kombiniert man diese überraschend kleinen Ergebnisse für $\bar{R}$ mit dem folgenden Wert für den Parameter ξ der virtuellen CP Verletzung im $K^0 - \bar{K}^0$ System⁽⁶⁾

$$\xi = (2.28 \pm 0.05) 10^{-3} \exp(i \frac{\pi}{4}) \quad (1.5)$$

so lassen sich die Bereiche für die unbekannten Winkel der Kobayashi-Maskawa-Matrix⁽⁹⁾, die den Zusammenhang zwischen den Eigenzuständen der schwachen Wechselwirkung und den Masseneigenzuständen der Quarks beschreibt, beträchtlich einschränken.

Die Messung des Parameters ξ'/ξ (wie oben erläutert wurde, ist ξ' der Parameter der direkten CP Verletzung) beim Zerfall $K \rightarrow \pi\pi$ in Brookhaven und am Fermilab führte im letzten Jahr zu den folgenden Ergebnissen^(16,17):

$$\epsilon'/\epsilon = -0.0046 \pm 0.0053 \pm 0.0024 \text{ (Fermilab)} \quad (1.6)$$

$$\epsilon'/\epsilon = 0.0017 \pm 0.0072 \pm 0.0043 \text{ (Brookhaven)} \quad (1.7)$$

Diese Messungen sind von besonderem Interesse, weil sich im Rahmen des Standardmodells für das Verhältnis ϵ'/ϵ untere Schranken angeben lassen, die für bestimmte Wahl der benötigten Parameter im Widerspruch zum Experiment stehen können (hinsichtlich der Unsicherheiten der Analyse siehe Kapitel II). Neben der genaueren Bestimmung der freien Parameter des Standardmodells erscheint es daher in gewissen Fällen möglich, im Bereich der CP Verletzung Phänomene zu finden, die dieses Modell zumindest ihrer Größe nach nur mit Schwierigkeiten erklären kann. In diesem Zusammenhang erscheint eine Analyse weiterer Systeme als hilfreich, die ebenso wie das System der neutralen Mesonen $K^0-\bar{K}^0$ CP Verletzung aufweisen. Besonders geeignet erscheint hierfür das System $B^0-\bar{B}^0$, das nach Verbesserung der Statistik an e^+e^- Maschinen gut untersucht werden kann und in dem (gemäß Standardmodell) CP verletzende Effekte der Größenordnung $O(10^{-3})$ auftreten sollten. Sollten im Fall der neutralen Mesonen B^0 und $\bar{B}^0$ im Vergleich zu den mittels $K^0-\bar{K}^0$ bestimmten Größen verschiedene Werte für die freien Parameter der Theorie (z.B. θ_1 und δ der KM Matrix) erforderlich sein, um die experimentellen Ergebnisse zu reproduzieren, so wäre dies ein Hinweis auf die Unzulänglichkeit des Standardmodells (zumindest hinsichtlich der Beschreibung der CP Verletzung). Andererseits besteht die Hoffnung, durch Untersuchung des Phänomens CP Verletzung in anderen Systemen als dem der neutralen K-Mesonen - das seit 20 Jahren unsere einzige direkte Informationsquelle über diese Erscheinung geblieben ist - in Analogie zur Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung eine Art von Prinzip zu entdecken ("Maximale CP Verletzung"⁽¹⁸⁾).

Außer der oben betrachteten Quelle für CP Verletzung aufgrund der elektroschwachen Wechselwirkung existiert eine weitere im Bereich des starken Wechselwirkung, deren Ursprung in der nichttrivialen Vakuumstruktur der Quantenchromodynamik (QCD) liegt. Dieser Sachverhalt läßt sich mittels eines zusätzlichen Terms in der QCD Lagrangedichte ausdrücken⁽¹⁹⁾.

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{QCD} + \bar{\theta} \frac{g_{QCD}^2}{32\pi^2} F \cdot \tilde{F} \quad (1.8)$$

Aufgrund der nichttrivialen Topologie liefert dieser Term, der proportional zum Produkt aus dem QCD Feldstärketensor und seinem dualen Tensor ist, einen nichtverschwindenden Beitrag zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons (DEMON). Der Parameter $\bar{\theta}$ darf jedoch nicht größer als 10^{-9} werden⁽²⁰⁾, damit sich im Rahmen des Standardmodells für das DEMON Werte ergeben, die im Einklang mit der experimentellen Obergrenze $(d_n)_{\max} = 4 \cdot 10^{-25} \text{ e} \cdot \text{cm}$ ⁽²¹⁾ stehen. Für die CP Verletzung im System $K^0 - \bar{K}^0$ spielt daher $\bar{\theta}$ (zumindest im Standardmodell) keine Rolle.

Im Folgenden geben wir eine kurze Übersicht über den Inhalt dieser Arbeit:

Das gesamte Kapitel 2 ist der Untersuchung von CP Verletzung innerhalb des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung gewidmet. Nach einer Einführung, die sich insbesondere mit der Kobayashi-Maskawa-Matrix⁽⁹⁾ (KM Matrix), den verschiedenen Möglichkeiten ihrer Parametrisierung (siehe hierzu auch Anhang 1) und den Methoden zur Bestimmung ihrer Elemente beschäftigt, werden die Parameter der CP Verletzung ξ und ξ' (im System $K^0 - \bar{K}^0$) behandelt. Die zur Berechnung dieser Parameter erforderlichen Matrixelemente $\langle \pi\pi | \mathcal{H}_{\Delta S = 1} | K^0 \rangle$ und $\langle K^0 | \mathcal{H}_{\Delta S = 2} | \bar{K}^0 \rangle$ werden im anschließenden Abschnitt diskutiert; wir treffen hier auf eine der Hauptunsicherheiten, mit denen Untersuchungen zur CP Verletzung zur Zeit belastet sind und für deren endgültige Klärung eine Berechnung der hadronischen Matrixelemente auf dem Gitter prinzipiell als am zuverlässigsten erscheint. Aufbauend auf diese Überlegungen wird sodann eine Analyse der Bereiche im Parameterraum $(\tau_B, \bar{R}, m_t, B)$ vorgeführt - m_t bezeichnet die Masse des "top" Quarks, B das hadronische Mastrixelement $\langle K^0 | (\bar{s}_L \gamma_\mu d_L) (\bar{t}_L \gamma_\mu t_L) | \bar{K}^0 \rangle$ -, in denen das Standardmodell mit den neuen experimentellen Ergebnissen und der gemessenen CP Verletzung verträglich ist. Weiterhin diskutieren wir untere Schranken für ξ'/ξ und für m_t ; eines der Hauptergebnisse besteht darin, daß die untere Schranke für ξ'/ξ für bestimmte Bereiche von τ_B , m_t und B mit den gemessenen oberen Schranken kaum in Einklang zu bringen sind. Diese Analyse wurde unter dem Gesichtspunkt durchgeführt, alle relevanten Größen nur durch experimentell bestimmbare Parameter (und den B-Faktor) auszudrücken, so daß sich im Fall neuer Meßergebnisse die entsprechenden Aussagen sofort aus unseren Kurven entnehmen lassen. Im nächsten Abschnitt erfolgt eine kurze Untersuchung des elektrischen Dipolmoments des Neutrons und der Frage nach

der Größe von $\bar{\theta}$ im elektroschwachen Sektor. Als das aussichtsreichste System, das zusätzliche Information über CP Verletzung liefern könnte, behandeln wir im letzten Teil dieses Kapitels das System $B^0-\bar{B}^0$. Hierbei zeigt sich, daß bei "on-shell" Übergängen Effekte der Größenordnung $\Lambda_d \approx 0.1 - 0.2$ zu erwarten sind, während virtuelle Übergänge (dies ist die Informationsquelle im Fall $K^0-\bar{K}^0$) nur unmeßbare Effekte ($10^{-5} - 10^{-6}$) liefern; unglücklicherweise erfordern die kleinen exklusiven Zerfallsraten im ersten Fall trotz der beträchtlichen Asymmetrien zur Messung des Effekts sehr hohe Statistik.

Unter Vorwegnahme zukünftiger Schwierigkeiten des Standardmodells hinsichtlich der Beschreibung der CP Verletzung beschäftigt sich das Kapitel 3 mit Erweiterungen im Rahmen supersymmetrischer Modelle. Nach einer allgemeinen Einführung mit dem Schwerpunkt auf effektiven $N = 1$ Modellen der Supergravitation diskutieren wir die neuen Beiträge zu ϵ und ϵ'/ϵ , die sich aufgrund der zusätzlichen Wechselwirkungen und aufgrund weiterer komplexer Kopplungskonstanten ergeben. Anschließend behandeln wir die Einschränkungen, die sich durch die experimentelle Obergrenze für das DEMON ergeben und die insbesondere die Möglichkeit einer reellen Kobayashi-Maskawa-Matrix ausschließen. Als besonders wichtig für die Berechnung von ϵ und ϵ'/ϵ erweisen sich die Parameter c und A ; c beschreibt die Tatsache, daß die Massenmatrizen der skalaren Partner von Quarks der Ladung $\frac{2}{3}$ und $-\frac{1}{3}$ nicht gleichzeitig diagonalisiert werden können, während A vom Superpotential herrührt, durch das die lokale Supersymmetrie gebrochen wird. Aufbauend auf diese Untersuchungen lassen sich die Vorhersagen für die verschiedenen Parameter der CP Verletzung und der Mischung in den Systemen neutraler Mesonen $K^0-\bar{K}^0$, $B^0-\bar{B}^0$ und $D^0-\bar{D}^0$ mit den Werten vergleichen, die sich im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung ergeben. Es zeigt sich, daß aufgrund zusätzlicher Beiträge zu ϵ die unteren Schranken für ϵ'/ϵ reduziert werden; durch einen weiteren expliziten Beitrag zu ϵ'/ϵ ist es sogar möglich, für eine bestimmte Wahl von c und A negative Werte für dieses Verhältnis zu erhalten.

Während im Fall $D^0-\bar{D}^0$ nur eine drastische Verringerung der experimentellen Obergrenze für Δm_D zu Einschränkungen der Supersymmetrieparameter führen

kann, ergeben sich im Rahmen supersymmetrischer Modelle sehr viel höhere Werte für die Mischung im Fall der Mesonen $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ und $B_d^0 - \bar{B}_d^0$. Diese Abweichungen von den Vorhersagen im Standardmodell sollten in absehbarer Zeit meßbar sein.

Das letzte Kapitel ist einem Ausblick, insbesondere hinsichtlich der Verbindung kosmologischer Fragestellungen und dem Themenbereich CP Verletzung in Zusammenhang mit der Frage nach der Ursache der Baryonasymmetrie im Universum, gewidmet.

2. CP Verletzung im Standardmodell

2.1 Allgemeine Bemerkungen

Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung beruht auf der lokalen Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y^{(8)}$, die spontan zur Gruppe $U(1)_{e.m.}$ der Elektrodynamik gebrochen wird⁽²²⁾, - $SU(2)_L$ bezeichnet den schwachen Isospin und $U(1)_Y$ die schwache Hyperladung. Die starke Wechselwirkung wird durch die Quantenchromodynamik (QCD)⁽²³⁾ beschrieben; es handelt sich hierbei um eine asymptotisch freie Quantenfeldtheorie, die auf der lokalen Eichgruppe $SU(3)_C$ basiert. Die fundamentalen Fermionen des Standardmodells transformieren sich wie komplexe Darstellungen der Gruppe $SU(2)_L \times U(1)$ und im Fall der Quarks wie die fundamentale Darstellung und im Fall der Leptonen wie Singletts unter $SU(3)_C$. Das Standardmodell weist eine dreifache Familienstruktur auf, d.h., die Fermionen lassen sich in drei identischen Multiplettstrukturen anordnen, die übereinstimmen in den Quantenzahlen schwacher Isospin, schwache Hyperladung und Farbladung; die linkshändigen Fermionen werden hierbei in $SU(2)_L$ Dubletts, die rechtshändigen in $SU(2)_L$ Singuletts angeordnet:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad d'_R \quad s'_R \quad b'_R \quad (2.1)$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \quad e^-_R \quad \mu^-_R \quad \tau^-_R$$

Im Standardmodell werden Neutrinos als masselose Fermionen aufgefaßt, es treten daher keine rechtshändigen Neutrinofelder auf.

Die Vermittlung der starken Wechselwirkung erfolgt durch die masselosen Gluonen, die die Bindung der Quarks zu Mesonen und Baryonen verursachen und aufgrund des nichtabelschen Charakters der Farbeichgruppe auch untereinander wechselwirken; diese Eigenschaft wird üblicherweise zur Erklärung des "Confinements" herangezogen. Die schwache Wechselwirkung wird vermittelt durch die massiven Vektorbosonen W^+ , W^- und Z^0 , deren Entdeckung am CERN pp Collider bei den vorhergesagten Massen⁽²⁴⁾:

$$\begin{aligned}
 m_{W^\pm} &= 80.9 \pm 1.5 \text{ (stat.) (UA1)} \\
 &\quad 81.0 \pm 2.5 \pm 1.3 \text{ (UA2)} \\
 m_{Z^0} &= 95.6 \pm 1.4 \text{ (stat.) (UA1)} \\
 &\quad 91.9 \pm 1.3 \pm 1.4 \text{ (UA2)}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

einen der größten Erfolge des Standardmodells darstellt. Um Massenterme für die schwachen Vektorbosonen zu erzeugen - lokale Eichinvarianz verbietet das Auftreten reiner Massentermen für Eichbosonen - erfolgt die Brechung der Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ zur Gruppe $U(1)_{\text{e.m.}}$ mittels des Higgs-Mechanismus⁽²²⁾ im Standardmodell durch ein einziges skalares $SU(2)_L$ -Dublett. Da in der gebrochenen Phase drei Freiheitsgrade dieses komplexen Multipletts als die longitudinalen Anteile der massiven Vektorbosonen aufgefaßt werden können, bleibt ein neutrales skalares Teilchen als einziger physikalischer Zustand übrig, dessen Masse innerhalb des Standardmodells kaum Beschränkungen unterworfen ist. Ein vollständiger Nachweis des Standardmodells würde eine Entdeckung dieses Higgsteilchens und die Bestätigung der vorhergesagten W^+W^-Z -Kopplung umfassen.

Im weiteren Verlauf dieser Einführung wollen wir uns mit dem Zustandekommen der Kobayashi-Maskawa-Matrix⁽⁹⁾ und den verschiedenen Möglichkeiten ihrer Parametrisierung beschäftigen; wir beschränken uns hierbei auf den Quarksektor, da sich im Fall identischer Neutrinomassen stets eine Transformation der Fermionfelder angeben läßt, die die Mischungsmatrix im Leptonsektor auf Einheitsform bringt.

Die Massenerzeugung für die Fermionen erfolgt mittels Yukawa-Kopplung zwischen den linkshändigen Dubletts, den rechtshändigen Singulets und dem Higgs-Dublett. Wählen wir die folgenden Abkürzungen für die Fermionen:

$$\psi_{jL} = \begin{pmatrix} u_{jL} \\ d'_{jL} \end{pmatrix} \quad \psi_{jR} = \hat{u}_{jR} \quad \psi'_{jR} = \hat{d}'_{jR} \tag{2.3}$$

mit den schwachen Hyperladungen

$$Y(\psi_{jL}) = \frac{1}{6} \quad Y(\psi_{jR}) = \frac{2}{3} \quad Y(\psi'_{jR}) = -\frac{1}{3} \tag{2.4}$$

um die elektrische Ladung $Q = I_3 + Y$ zu reproduzieren, so lautet die Quark-Higgs-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}^{\text{Yu}} = - \sum_{j,k} \left\{ c_{jk} (\bar{u}_{jL}, \bar{d}'_{jL}) \begin{pmatrix} \bar{\Phi}^0 \\ -\Phi^- \end{pmatrix} \hat{u}_{kR} + \right. \\ \left. \tilde{c}_{jk} (\bar{u}_{jL}, \bar{d}'_{jL}) \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \hat{d}'_{kR} + \text{h.c.} \right\} \quad (2.5)$$

Zu beachten ist hier, daß im Standardmodell links- und rechtshändige Fermionen zunächst voneinander unabhängig sind; erst nach Diagonalisierung der Massenmatrix läßt sich die Linearkombination angeben, die als rechtshändiger Partner eines bestimmten linkshändigen Zustands aufzufassen ist. Nach der spontanen Symmetriebrechung ergibt sich der folgende Massenoperator für den Quarksektor:

$$\mathcal{L}^m = - \sum_{j,k} \left\{ \bar{u}_{jL} M_{jk} \hat{u}_{kR} + \bar{d}'_{jL} M'_{jk} \hat{d}'_{kR} + \text{h.c.} \right\} \quad (2.6a)$$

mit den Massenmatrizen

$$M_{jk} = \frac{v}{\sqrt{2}} c_{jk} \quad M'_{jk} = \frac{v}{\sqrt{2}} \tilde{c}_{jk} \quad (2.6b)$$

Der wesentliche Punkt besteht darin, daß die rechtshändigen Felder Singulets unter $SU(2)_L$ darstellen; für beliebige Matrizen M und M' läßt sich daher eine geeignete Basis rechtshändiger Quarks wählen, so daß die resultierenden Massenmatrizen hermitesch sind. Da sich jedoch jede Matrix als Produkt einer hermiteschen mit einer unitären Matrix schreiben läßt, erhalten wir mit $M = H X$ (H hermitesch, X unitär) einen neuen Satz rechtshändiger Felder durch Umdefinition mittels X :

$$\bar{u}_L M \hat{u}_R = \bar{u}_L H X \hat{u}_R = \bar{u}_L H u_R \quad (2.7a)$$

mit

$$u_R = X \hat{u}_R \quad (2.7b)$$

Hierdurch wird die übrige Lagrangedichte aufgrund der Beziehung $XX^\dagger = X^\dagger X = 1$ nicht verändert (verallg. GIM Mechanismus^(25,9)). Die Massenmatrizen H und H' lassen sich nun durch unitäre Transformationen diagonalisieren:

$$U H U^\dagger = D = \text{diag} (m_u, m_c, m_t) \quad (2.8a)$$

$$U' H' U'^{\dagger} = D' = \text{diag} (m_d, m_s, m_b) \quad (2.8b)$$

Hier sorgt die Unitarität der Transformationsmatrizen dafür, daß keine flavorverändernden neutralen Ströme erzeugt werden. Betrachten wir die Lagrange-dichte für geladene Ströme, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{cc} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{jL}' \gamma^{\mu} d_{jL}' W_{\mu}^{-} + \text{h. c.} \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{jL}' \gamma^{\mu} (U^{\dagger} U')_{jk} d_{kL} W_{\mu}^{-} + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Während somit weder U noch U' experimentell bekannt sind, ist die meßbare Kobayashi-Maskawa Quark-Mischungsmatrix durch das folgende Produkt gegeben:

$$V = U^{\dagger} U' \quad (2.10)$$

Im Standardmodell mit $n = 3$ Familien ist V eine unitäre 3×3 Matrix, die daher $n^2 = 9$ reelle Parameter aufweist; $2n-1 = 5$ Parameter lassen sich durch eine Phasenredefinition der Quarkfelder eliminieren, die keine weiteren Auswirkungen auf den Lagrangeoperator hat^(F3). Die verbleibenden $(n-1)^2 = 4$ reellen Parameter werden nach Kobayashi und Maskawa⁽⁹⁾ üblicherweise als $\frac{1}{2} n (n-1) = 3$ Eulerwinkel, die eine Rotation im Raum der drei Flavorarten d , s und b beschreiben, und $\frac{1}{2} (n-1) (n-2) = 1$ Phasen aufgefaßt. Die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung d' , s' und b' stehen mit den Masseneigenzuständen demnach in folgender Beziehung:

$$(d', s', b') = (d, s, b) V_{KM}^T \quad (2.11)$$

Diese Matrix V_{KM} läßt sich auf die folgende Weise parametrisieren:

$$V_{KM} = e^{-i\theta_2 J_1} e^{-i\theta_1 J_3} \text{diag} (1, 1, -e^{i\delta}) e^{i\theta_3 J_1} \quad (2.12)$$

Durch Ausmultiplizieren erhält man die übliche Kobayashi-Maskawa-Verallgemeinerung der GIM Matrix:

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Hierbei bedeuten $c_i \equiv \cos \theta_i$ und $s_i \equiv \sin \theta_i$, $i = 1, 2, 3$. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit lassen sich θ_1 , θ_2 und θ_3 als Winkel aus dem ersten Quadranten auffassen; die Phase δ hingegen kann auf diese Weise nicht eingeschränkt und muß über den gesamten Bereich $0 \leq \delta < 2\pi$ variiert werden. Es zeigt sich jedoch, daß Werte von $\delta > \pi$ nicht mehr mit experimentellen Ergebnissen zur CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen in Einklang gebracht werden können⁽²⁶⁾. In Gl. (2.13) ist $|V_{ub}| = 0$ gleichbedeutend mit $s_3 = 0$. In diesem Fall sind alle Elemente der KM-Matrix reell bis auf V_{cb} und V_{tb} , die die Form $s_2 c_3 e^{i\delta}$ und $-c_2 c_3 e^{i\delta}$ annehmen und daher die gleiche Phase aufweisen; durch eine Phasenredefinition des b Quarkfeldes resultiert somit für $|V_{ub}| = 0$ eine reelle Mischungsmatrix.

Ehe wir uns im nächsten Abschnitt mit der Bestimmung der Winkel θ_i und der Phase δ mit Hilfe experimenteller Ergebnisse befassen, wollen wir noch einige Anmerkungen zur Parametrisierung der Mischungsmatrix Gl. (2.10) machen. Wie wir später explizit feststellen werden, sind alle Größen, die CP Verletzung messen (zumindest im K-System) proportional zu $s_2 s_3 s_\delta$, obwohl in der Kobayashi-Maskawa Matrix Gl. (2.13) Elemente auftreten, die Real- und Imaginärteile von vergleichbarer Größe aufweisen. Es gibt nun tatsächlich eine Parametrisierung der Mischungsmatrix, deren Elemente bis zur Größenordnung $O(10^{-3})$ reell sind und die sich durch eine einfache Transformation aus der Parametrisierung nach Maiani⁽²⁷⁾ gewinnen läßt:

$$V_{\text{Maiani}} = \text{diag}(1, 1, e^{-i\phi}) e^{i\theta_1 J_1} \text{diag}(1, 1, e^{i\phi}) e^{i\theta_2 J_2} \text{diag}(1, 1, e^{i\phi}) e^{i\theta_3 J_3} \text{diag}(1, 1, e^{i\phi}) \quad (2.14)$$

$$= \begin{pmatrix} c_x c_z & s_x c_z & s_z \\ -s_x c_y - c_x s_y s_z e^{i\phi} & c_x c_y - s_x s_y s_z e^{i\phi} & s_y c_z e^{i\phi} \\ -c_x c_y s_z + s_x s_y e^{-i\phi} & -s_x c_y s_z - c_x s_y e^{-i\phi} & c_y c_z \end{pmatrix}$$

Mit Hilfe der unitären Transformation $\tilde{U} = \text{diag}(1, 1, e^{i\phi})$ ergibt sich sofort die gewünschte Form⁽²⁸⁾

$$V' = \tilde{U} V_{\text{Miani}} \tilde{U}' = \begin{pmatrix} c_x c_z & s_x c_z & s_z e^{-i\phi} \\ -s_x c_y - c_x s_y s_z e^{i\phi} & c_x c_y - s_x s_y s_z e^{i\phi} & s_y c_z \\ s_x s_y - c_x c_y s_z e^{i\phi} & -c_x s_y - s_x c_y s_z e^{i\phi} & c_y c_z \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Die Messungen der B-Lebensdauer, der Hyperon-, K_{13} und Kern- β -Zerfallsraten liefern für s_z bzw. s_y Werte der Größenordnung $O(10^{-3})$ bzw. $O(10^{-2})$, so daß die Näherung $c_z = c_y = 1$ gerechtfertigt erscheint:

$$V' = \begin{pmatrix} c_x & s_x & s_z e^{-i\phi} \\ -s_x - s_y s_z e^{i\phi} & c_x & s_y \\ s_x s_y - s_z e^{i\phi} & -s_y - s_z e^{i\phi} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

hierbei wurden im Realteil nur Terme bis zur Größenordnung $O(10^{-3})$ und im Imaginärteil bis zur Größenordnung $O(10^{-5})$ berücksichtigt. Die Winkel θ_x , θ_y , θ_z und ϕ stehen mit den ursprünglichen Parametern der KM-Matrix θ_1 , θ_2 , θ_3 und δ in der folgenden Beziehung

$$\begin{aligned} s_x &= -s_1 + O(10^{-4}) \\ s_y &= (s_2^2 + s_3^2 + 2s_2 s_3 c_\delta)^{1/2} + O(10^{-4}) \\ s_z &= -s_1 s_3 \\ s_y s_\phi &= s_2 s_\delta + O(10^{-4}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Zu beachten ist hierbei, daß sich diese Relationen erst ergeben, nachdem die KM-Matrix Gl. (2.13) durch die folgende Phasentransformation auf eine Form gebracht wurde, die einen Vergleich mit Gl. (2.16) erlaubt⁽²⁸⁾:

$$V_{KM} \rightarrow V' = \text{diag}(1, 1, e^{i\phi_t}) V_{KM} \text{diag}(1, 1, e^{i\phi_b})$$

mit

$$e^{i\phi_e} = \frac{c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{-i\delta}}{|c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta}|} \quad (2.18)$$

$$e^{i\phi_b} = \frac{c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{-i\delta}}{|c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta}|}$$

Wir haben die Mischungsmatrix V in der Form von Gl. (2.15) angegeben, weil diese in der Ordnung $O(10^{-3})$ auf die Wolfenstein-Parametrisierung⁽²⁹⁾ führt (F4):

$$V_{\text{Wolfenstein}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & \lambda^3 A (s - i\gamma) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} (1 + 4A^2) & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A (1 - s - i\gamma) & -\lambda^2 A + \lambda^4 A \left(\frac{1}{2} - s - i\gamma\right) & 1 - \frac{\lambda^2}{2} \lambda^4 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

mit

$$\lambda = s_x$$

$$A = s_y s_x^{-2} \quad (2.20)$$

$$\delta = \frac{s_z c \phi}{s_y s_x} \quad \gamma = \frac{s_z s \phi}{s_y s_x}$$

Diese Parametrisierung ist besonders nützlich bei der Untersuchung von B-Zerfällen. Im folgenden werden wir unsere numerischen Ergebnisse stets mit Hilfe der ursprünglichen Kabayashi-Maskawa Mischungsmatrix⁽⁹⁾ angeben; die Beziehungen Gl. (2.17) erlauben jedoch eine einfache Übertragung der Analyse auf den Fall der Maiani-Parametrisierung (zumindest hinsichtlich der Winkel s_x , s_y und s_z).

2.2 Die Mischungswinkel der Kobayashi-Maskawa Matrix

Innerhalb des Standardmodells existieren keine Voraussagen über die Größe der Mischungswinkel θ_i und der Phase δ , die daher als freie Parameter betrachtet werden müssen. Experimentell ist nur der Mischungswinkel θ_1 mit hoher Genauigkeit bekannt.

Üblicherweise wird das Matrixelement V_{ud} durch einen Vergleich der $0^+ \rightarrow 0^+$ Kern- β -Zerfälle von ^{14}O und ^{26}Al mit der Zerfallsrate für den Übergang $\mu \rightarrow e \nu_\mu \bar{\nu}_e$ gewonnen. Die neuesten Analysen⁽³¹⁾, die auf der Untersuchung supererlaubter Fermiübergänge durch Wilkinson⁽³²⁾ beruhen, liefern den Wert

$$|V_{ud}| = 0.9735 \pm 0.0015 \quad (2.21)$$

Diese Analyse berücksichtigt Strahlungskorrekturen, die von Sirlin⁽³³⁾ berechnet wurden und geht von der Annahme einer trivialen Mischungsmatrix im Leptonsektor aus (Standardmodell!). Hiermit ergibt sich

$$C_1 = 0.9735 \pm 0.0015 \quad (2.22)$$

und

$$s_1 = 0.2287 \pm \begin{matrix} 0.0063 \\ 0.0065 \end{matrix} \quad (2.23)$$

Die Bestimmung des Matrixelements V_{us} beruht auf einer Analyse des K_{13}^- und der semileptonischen Hyperonzerfälle. Mit Hilfe einer neueren theoretischen Untersuchung durch Leutwyler und Roos⁽³⁴⁾⁽⁶⁾ führen die Daten zum K_{13} Zerfall auf den folgenden Wert:

$$|V_{us}|_{K_{13}} = 0.220 \pm 0.002 \quad (2.24)$$

Neue Resultate über semileptonische Zerfälle von Hyperonen ($\Lambda \rightarrow p e \bar{\nu}$, $\Sigma^- \rightarrow n e \bar{\nu}$, $\Xi^- \rightarrow \Lambda e \bar{\nu}$) beim CERN-Experiment WA2⁽³⁵⁾ ergeben:

$$|V_{us}|_{\nu p} = 0.231 \pm 0.005 \quad (2.25)$$

Hiermit erhalten wir nur eine ziemlich schwache obere Schranke für θ_3 :

$$0 \leq s_3 \leq 0.36 \quad (2.26)$$

Auch die Aussagen, die sich mit Hilfe der Neutrinoreaktionen (Produktion von zwei Myonen mit unterschiedlichen elektrischer Ladung) über die Matrixelemente $|V_{cd}|$ und $|V_{cs}|$ gewinnen lassen, führen nur zu einer schwachen Obergrenze für θ_2 :

$$0 \leq s_2 \leq 0.45 \quad (2.27)$$

Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß bei den untersuchten "charm"-Reaktionen Matrixelemente eine Rolle spielen, deren maßgebliche Terme alle zu bestimmenden Winkel nur in Form von $\cos \theta_i$ aufweisen ("Kosinusphysik"). Gegenwärtig beruht daher der sinnvollste Weg, über θ_2 , θ_3 und 1 Information zu gewinnen, auf einer Analyse, die experimentelle Ergebnisse bei B-Meson-Zerfällen und der CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen miteinander verbindet. Betrachten wir zunächst, welche Aussagen sich aufgrund der neuen Messungen beim B-Zerfall ergeben:

Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, betreffen diese Messungen das Verhältnis $\bar{R}$ der semileptonischen Zerfallsbreiten^(12,13)

$$\bar{R} = \frac{\Gamma(b \rightarrow u\ell\nu)}{\Gamma(b \rightarrow c\ell\nu)} < \begin{array}{ll} 0.04 & \text{CLEO} \\ 0.055 & \text{CUSB} \end{array} \quad (2.28)$$

und die Lebensdauer des B-Mesons^{(6,4)(F2)}, für die wir einen Mittelwert angeben⁽³⁶⁾ (siehe auch Gl. (1.1), (1.2))

$$\tau_B = (1.26 \pm 0.19) 10^{-12} \text{ sec} \quad (2.29)$$

Um die Zerfälle des B-Mesons zu beschreiben, verwenden wir das "spectator"-Modell, das von der Annahme ausgeht, daß das neben dem b-Quark im Meson vorhandene leichte Quark (u oder s) als unbeteiligter "Beobachter" betrachtet werden kann und daher nur der Zerfall des b Quarks maßgeblich ist.

Dieses Modell sollte im Fall schwerer Quarks (b, c) eine gute Näherung darstellen (im Gegensatz zum Zerfall der D-Mesonen)⁽³⁷⁾. In unseren Berechnungen berücksichtigen wir Phasenraumunterdrückungsfaktoren⁽³⁸⁾ und QCD Korrekturen⁽³⁹⁾.

Wir erhalten zunächst⁽⁴⁰⁾:

$$\bar{R} = \frac{\Gamma(b \rightarrow u e \nu)}{\Gamma(b \rightarrow c e \nu)} = \frac{|V_{ub}|^2}{|V_{cb}|^2} \frac{\eta''}{\eta'} \frac{1}{f_c(z)} \quad (2.28)$$

und

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{\Gamma(b \rightarrow c e \nu)}{\mathcal{BR}(b \rightarrow c e \nu)} = \frac{|V_{cb}|^2}{\mathcal{BR}(b \rightarrow c e \nu)} \frac{G_F^2 m_b^5}{192 \pi^3} f_c(z) \eta' \quad (2.29)$$

mit

$$f_c(z) = 1 - 8z + 8z^3 - z^4 - 12z^2 \ln z \quad z = \frac{m_c^2}{m_b^2} \quad (2.30)$$

$\eta'_0 = 0.87$ und $\eta''_0 = 0.82$ beschreiben die QCD Korrekturen (mit der Skala $\Lambda = 200$ MeV der effektiven 4-Quark Theorie); $\mathcal{BR}(b \rightarrow c e \nu)$ bezeichnet das semileptonische Verzweungsverhältnis für b-Zerfälle mit c-Quarks im Endzustand $\mathcal{BR}(b \rightarrow c e \nu) = \Gamma(b \rightarrow c e \nu) / \Gamma$. Gemessen wurde hierfür⁽⁴¹⁾:

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(b \rightarrow c e \nu) &= 11.6 \pm 0.6 \% \text{ CESR} \\ &11.8 \pm 1.2 \% \text{ PEP, PETRA} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Die Daten zum B-Zerfall (τ_B und $\bar{R}$) rechtfertigen die Vereinfachung $c_2 = c_3 = 1$ ⁽⁴²⁾. Dies führt zu der folgenden Näherung, die bis einschließlich der Ordnung $O(10^{-3})$ konsistent ist:

$$\begin{aligned} |V_{cb}|^2 &= s_2^2 + s_3^2 c_1^2 + 2 s_2 s_3 c_1 c_3 \\ |V_{ub}|^2 &= s_3^2 s_1^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Hiermit erhalten wir⁽⁴⁰⁾:

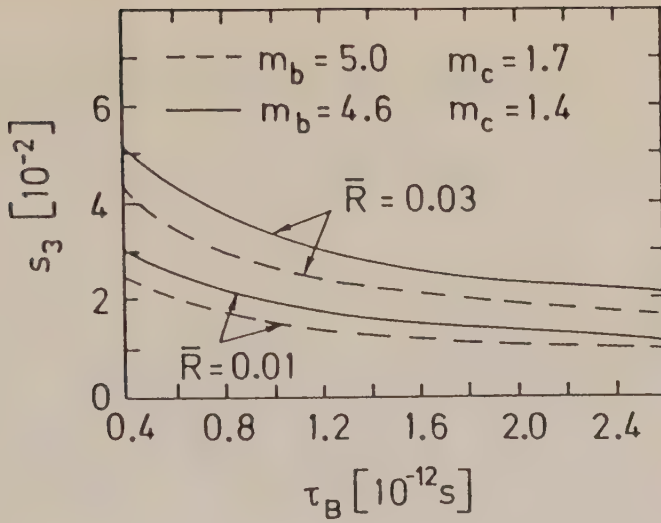


Fig. 1: s_3 als Funktion von τ_B für $\bar{R} = 0.01$ und 0.03 .

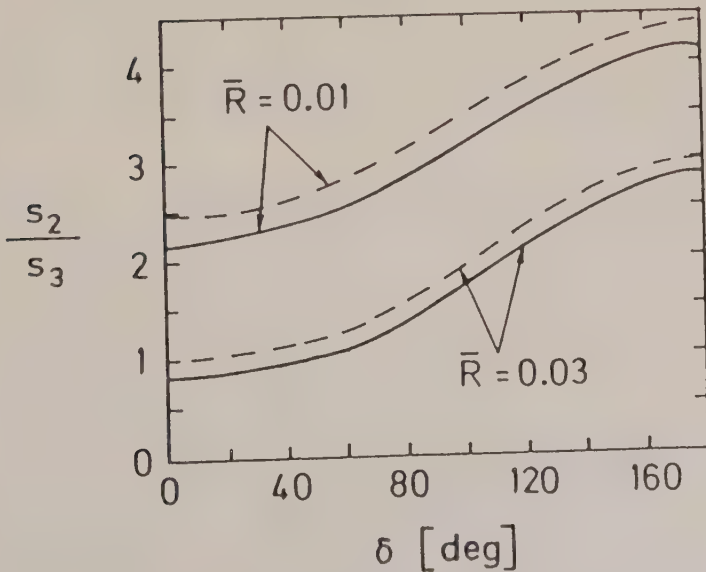


Fig. 2: Das Verhältnis s_2/s_3 als Funktion von δ .
Bedeutung der Linien wie in Fig. 1.

$$s_3^2 = \frac{28.2}{\beta \bar{\gamma}_2 m_b^5} \bar{R} \quad \tau_B = \beta \cdot 10^{-12} \text{ s} \quad (2.33)$$

und

$$s_2 = s_3 \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}_2}{\bar{R} \bar{\gamma}_4}} - c_1^2 s_2^2 - c_1 c_5 \right) \quad (2.34)$$

mit

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{\eta_0' f_c(z)}{\beta R (b \rightarrow c e \nu)} \quad \bar{\gamma}_2 = \frac{s_1^2 \eta_0''}{\beta R (b \rightarrow c e \nu)} \quad (2.35)$$

Die zweite Lösung der quadratischen Gleichung für s_2 , die sich aus den Gln. (2.28, 29) und (2.32) gewinnen läßt, führt für $\bar{R} < 0.05$ im gesamten für c_δ zulässigen Bereich zu negativen Werten für s_2 ; entsprechend unserer Konvention ist dies ausgeschlossen.

Wählen wir $BR(b \rightarrow c e \nu) = 12 \%$, so ergeben sich $(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = (3.7, 0.37)$ und $(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = (3.1, 0.37)$ für $(m_c, m_b) = (1.4, 4.6)$ bzw. für $(m_c, m_b) = (1.7, 5.0)$ ^(F5). Wir zeigen s_3 und das Verhältnis s_2/s_3 in den Figuren 1) und 2); wir finden $s_3 < 0.05$ und $s_2 < s_3$; insbesondere gilt $4 s_3 > s_2 > 1.6 s_3$, falls $\delta > \pi/2$ (dies wird aufgrund der späteren Untersuchung von ϵ'/ϵ nahegelegt!).

Wiederholen wir die obige Analyse unter Verwendung der Wolfenstein Parametrisierung der Mischungsmatrix Gl. (2.19), so erhalten wir:

$$A^2 = \frac{28.2}{\lambda^4 \cdot \beta \bar{\gamma}_1 m_b^5} = \begin{cases} 1.3 & m_b = 4.6 \text{ GeV} \\ 1.0 & m_b = 5.0 \text{ GeV} \end{cases} \quad (2.36)$$

$$s^2 + \eta^2 = \bar{R} \frac{\eta_0'}{\eta_0''} f_c(z) \frac{1}{\lambda^2} = \begin{cases} 0.5 & m_b = 4.6 \text{ GeV} \\ 0.4 & m_b = 5.0 \text{ GeV} \end{cases} \quad (2.37)$$

Sehr deutlich wird in dieser Form das folgende Muster: mit zunehmendem Ab-

stand von der Hauptdiagonale nehmen die Elemente der Mischungsmatrix ihrem Betrag nach ab, derart, daß die Mischung zwischen der ersten und der zweiten Familie durch den Parameter λ , die zwischen der zweiten und dritten durch λ^2 und die zwischen der ersten und dritten durch λ^3 charakterisiert werden.

Während wir in der oben gezeigten Analyse die Winkel θ_1 und θ_3 der Kobayashi-Maskawa Matrix getrennt voneinander erhalten, ergibt sich in Gl. (2.34) nur eine Relation zwischen θ_2 und der Phase δ . Um auch für diese beiden Parameter separate Gleichungen zu erhalten, werden wir im nächsten Abschnitt experimentelle Ergebnisse hinsichtlich der CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen heranziehen.

Sollten an zukünftigen Beschleunigern die semileptonischen Verzweigungsverhältnisse des t-Quarks beobachtbar werden, so lassen sich prinzipiell zusätzliche Einschränkungen für die Mischungswinkel finden. Zu beachten ist hierbei, daß in Analogie zu den Zerfällen der B-Mesonen zunächst wohl nur eine Obergrenze für das Verhältnis der Zerfallsbreiten $\Gamma(t \rightarrow d, s \nu)$ zu $\Gamma(t \rightarrow b \nu)$ zur Verfügung stehen wird:

$$\bar{R}_t = \frac{\Gamma(t \rightarrow d \nu) + \Gamma(t \rightarrow s \nu)}{\Gamma(t \rightarrow b \nu)} \approx \frac{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2}{|V_{tb}|^2} \frac{\gamma'_{acb}}{\tilde{F}\left(\frac{m_b}{m_t}\right)} \quad (2.38)$$

mit

$$\tilde{F}(x) = (1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \ln x) \gamma'_{acb} \quad (2.39)$$

$$\gamma'_{acb} = 0.91 \quad \gamma_{acb} = 0.89 \quad \text{für } \Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV} \quad (2.40)$$

Ebenso wie beim b-Zerfall verwenden wir den folgenden Zusammenhang zwischen der Lebensdauer und der semileptonischen Breite:

$$\frac{1}{\tau_t} = \frac{\Gamma(t \rightarrow b \nu)}{\beta R(t \rightarrow b \nu)} = \frac{G_F^2 m_t^5}{192 \pi^3} \frac{|V_{tb}|^2}{\beta R(t \rightarrow b \nu)} \tilde{F}\left(\frac{m_b}{m_t}\right) \quad (2.41)$$

Betrachten wir erneut die Näherung bis einschließlich zur Ordnung $O(10^{-3})$, so erhalten wir:

$$|V_{td}|^2 = s_1^2 s_2^2 \quad |V_{ts}|^2 = c_1^2 s_2^2 + s_3^2 + 2c_1 s_2 s_3 c_8 \quad (2.42a)$$

$$|V_{tb}|^2 = 1 - 2c_1 s_2 s_3 c_\delta - s_2^2 - s_3^2 = 1 - |V_{td}|^2 - |V_{ts}|^2 \quad (2.42b)$$

Solange sich der Zerfall $t \rightarrow d\ell\bar{\nu}_\ell$ nicht direkt beobachten läßt, erhält man erneut eine Relation, die sowohl von θ_2 als auch der Phase δ abhängt:

$$s_2 = \left(\sqrt{c_1^2 s_3^2 c_\delta^2 - s_3^2 + C_a^2} - c_1 c_\delta s_3 \right) \quad (2.43)$$

$$C_a = 1 - \frac{\text{BR}(t \rightarrow b\ell\nu)}{\tau_t} \frac{192\pi^3}{F^2 G_F^2 m_t^5} \quad (2.44a)$$

$$C_b = \bar{\kappa}_t \frac{\text{BR}(t \rightarrow b\ell\nu)}{\tau_t} \frac{192\pi^3}{G_F^2 m_t^5} \quad (2.44b)$$

mit $C_a = C_b$ im 6-Quark Modell. Um mit Gl. (2.43) weitere Einschränkungen für s_2 und δ zu finden, ist eine Bestimmung der Lebensdauer des t -Quarks mit einer Genauigkeit der Größenordnung $O(10^{-3})$ erforderlich. Aus diesem Grund und weil nur eine Messung von $|V_{td}|^2$ den Winkel θ_2 in unabhängiger Weise liefert, wird man bei der Bestimmung der Parameter der Kobayashi-Maskawa-Matrix selbst im Fall verfügbarer Daten zum t -Zerfall noch lange auf die Information angewiesen sein, die sich aus der Analyse der CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen gewinnen läßt.

2.3 Die Parameter der CP Verletzung ξ und ξ'

Im folgenden Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Definition der Parameter, die zur Beschreibung der CP Verletzung dienen. Das Auftreten der Phase δ in der Kobayashi-Maskawa-Matrix signalisiert CP Verletzung im Standardmodell; diese Phase kann durch keine Redefinition der Quarkfelder eliminiert werden und hat ihren Ursprung in komplexen Yukawa-Kopplungen. Im Standardmodell mit einem einzigen Higgs-Dublett existiert außer im Bereich der starken Wechselwirkung keine weitere Quelle für CP Verletzung. Es handelt sich hier um eine sog. explizite Verletzung der CP Symmetrie (Brechung von CP auf dem Niveau des Lagrangeoperators) im Gegensatz zur spontanen CP Verletzung, die in Modellen mit reellen Yukawa-Kopplungen und komplexen Vakuumerwartungswerten von Higgsfeldern auftritt.

Betrachten wir zunächst die indirekte CP-Verletzung (siehe Klassifikation in der Einleitung), die durch den Parameter ε beschrieben wird und die ein Abweichen der Masseneigenzustände von den CP Eigenzuständen im System $P^0 - \bar{P}^0$ zur Folge hat. Um unsere Diskussion möglichst allgemein zu halten, bezeichnen wir mit P^0 beliebige neutrale Flavoreigenzustände (K^0 , B_d^0 , B_s^0 , ... mit $K^0 = (d\bar{s})$, $B_d^0 = (b\bar{d})$, $B_s^0 = (b\bar{s})$). Da die starke und die elektromagnetische Wechselwirkung die Flavorquantenzahl nicht verletzen, kann nur die schwache Wechselwirkung einen Übergang zwischen den Zuständen $|P^0\rangle$ und $|\bar{P}^0\rangle$ und in andere Kontinuumszustände (z.B. $K \rightarrow 2\pi$, 3π , $\pi e \nu$, ...) verursachen. Wir betrachten im folgenden einen kohärenten Strahl, der aus $|P^0\rangle$ und $|\bar{P}^0\rangle$ besteht und bezeichnen seine Amplitude zur Eigenzeit τ mit der Wellenfunktion

$$\psi(\tau) = a(\tau) |P^0\rangle + b(\tau) |\bar{P}^0\rangle \quad (2.46a)$$

oder einfach mit

$$\psi(\tau) = \begin{pmatrix} a(\tau) \\ b(\tau) \end{pmatrix} \quad (2.46b)$$

$|P^0\rangle$ und $|\bar{P}^0\rangle$ werden durch den Operator CPT ineinander übergeführt

$$|\bar{P}^0\rangle = e^{i\theta q_F} \text{CPT} |P^0\rangle \quad (2.47a)$$

mit der Flavorquantenzahl q_F des schweren Quarks, das im Zustand P^0 enthalten ist und der beliebigen Phase θ . Im folgenden verwenden wir die Konvention

$$|\bar{P}^0\rangle = - \text{CP} |P^0\rangle \quad (2.47b)$$

Eliminiert man nun - ebenso wie bei der üblichen Untersuchung der Linienbreiten atomarer Übergänge⁽⁴³⁾ die Kontinuumszustände in der zeitabhängigen Schrödinger Gleichung, so läßt sich die Zeitableitung $d\psi/d\tau$ der Wellenfunktion durch $\psi(\tau)$ selbst ausdrücken. Postuliert man das Superpositionsprinzip, so kann dieser Zusammenhang nur linear sein; der allgemeinste lineare Operator, der dieser Forderung entspricht, besteht in einer (2×2) -Matrix, die sich stets als Summe zweier hermitescher Matrizen auffassen läßt. Somit ergibt sich:

$$i \frac{d\psi}{dt} = \left(M - i \frac{T}{2} \right) \psi = \begin{pmatrix} M_{11} - i \frac{T_{11}}{2} & M_{12} - i \frac{T_{12}}{2} \\ M_{21} - i \frac{T_{21}}{2} & M_{22} - i \frac{T_{22}}{2} \end{pmatrix} \psi \quad (2.48)$$

mit den hermiteschen Matrizen M und T , die als Massenmatrix bzw. Zerfallsmatrix bezeichnet werden. Bezeichnen wir mit H_W den schwachen und mit $H = H_{QCD} + H_E + H_W$ den gesamten Hamiltonoperator, so erhalten wir die folgende perturbative Formel:

$$\left(M - i \frac{T}{2} \right)_{\alpha\beta} = \langle \alpha | H | \beta \rangle + \sum_n \frac{\langle \alpha | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \beta \rangle}{m_p - (m_n - i\varepsilon)} + O(H_W^3) \quad (2.49)$$

mit $\varepsilon = 0+$; α und β stehen für P^0 oder $\bar{P}^0$, und $|n\rangle$ für alle möglichen ungestörten Eigenzustände von $H_{QCD} + H_E$ mit der zugehörigen Energie m_n , die von P^0 und $\bar{P}^0$ verschieden sind. Hiermit ergibt sich sofort:

$$M_{\alpha\beta} = \langle \alpha | H | \beta \rangle + \sum_n \mathcal{P} \frac{\langle \alpha | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \beta \rangle}{m_p - m_n} \quad (2.50)$$

und

$$\Gamma_{\alpha\beta} = 2\pi \sum_n \langle \alpha | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \beta \rangle \delta(m_p - m_n) \quad (2.51)$$

in diesen Ausdrücken wurden Terme der Ordnung $O(H_W^3)$ vernachlässigt. Die Masse m_p ist hierbei diejenige, die durch die starke und die elektromagnetische Wechselwirkung hervorgerufen wird:

$$m_p = \langle P^0 | H_{QCD} + H_{em} | P^0 \rangle \quad (2.52)$$

Aufgrund des CPT Theorems gilt $M_{11} = M_{22} = M_0$ und $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma_0$; weiterhin führt die Tatsache, daß der schwache Hamiltonoperator hermitesch ist, zu den Gleichungen

$$M_{12} = M_{21}^* \quad \Gamma_{12} = \Gamma_{21}^* \quad (2.53)$$

Hiermit lautet die phänomenologische Hamiltonmatrix in der Flavoreigenbasis:

$$M - i \frac{T}{2} = \begin{pmatrix} M_0 - i \frac{\Gamma_0}{2} & M_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2} \\ M_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2} & M_0 - i \frac{\Gamma_0}{2} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Durch Diagonalisieren dieser Matrix ergeben sich die Masseneigenzustände P_1 und P_2 :

$$P_{1,2} = \frac{(1 + \bar{\epsilon}_P) P^0 \pm (1 - \bar{\epsilon}_P) \bar{P}^0}{[2(1 + |\bar{\epsilon}_P|^2)]^{1/2}} = S (P^0 \pm \tilde{\eta}_P \bar{P}^0) \quad (2.55)$$

mit

$$\tilde{\eta}_P = \frac{1 - \bar{\epsilon}_P}{1 + \bar{\epsilon}_P} = \eta_P e^{i\chi_P} \quad (2.56)$$

In der Literatur bezeichnen die Zustände P_1 und P_2 üblicherweise im Fall des K-Systems die Mesonen K_L mit langer bzw. K_S mit kurzer Lebensdauer und im Fall des B-Systems die schweren bzw. leichten Masseneigenzustände.

Die Eigenwerte der Massenmatrix M_1, M_2 und die der Zerfallsmatrix Γ_1, Γ_2 sind durch die folgenden Ausdrücke gegeben:

$$M_{1,2} = M_0 \pm \operatorname{Re} Q \quad (2.57)$$

$$\Gamma_{1,2} = \Gamma_0 \mp 2 \operatorname{Im} Q \quad (2.58)$$

mit

$$Q = \sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2} \Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2} \Gamma_{12}^*)} \quad (2.59)$$

Folglich erhalten wir:

$$\Delta M = M_1 - M_2 = 2 \operatorname{Re} Q \quad (2.60)$$

$$\Delta \Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 = -4 \operatorname{Im} Q \quad (2.61)$$

$$\tilde{\eta}_P = \frac{\Delta M - \frac{i}{2} \Delta \Gamma}{2 M_{12} - i \Gamma_{12}} \quad (2.62)$$

Führen wir die Hilfsgrößen d_1 und d_2 ein⁽⁴⁴⁾:

$$d_1 = |M_{12}|^2 - \frac{1}{4} |\Gamma_{12}|^2 \quad (2.13)$$

$$d_2 = -\operatorname{Re}(M_{12} \Gamma_{12}^*) \quad (2.64)$$

so finden wir die folgenden Beziehungen für ΔM und ΔT :

$$\Delta M = \sqrt{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} + d_1 \quad (2.65)$$

$$\Delta T = -2\sqrt{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} - d_1 \operatorname{sign}(d_2) \quad (2.66)$$

Für $|d_2| \gg d_1$ und $d_2 > 0$ ergibt sich $\Delta T \approx -2\Delta M$; dies ist der Fall im K-System. Wie wir später sehen werden, ergibt sich im B-System $|\Delta T| \ll \Delta M$.

Betrachten wir zunächst den Parameter $\bar{\epsilon}_p$ der CP Verletzung, der die Abweichung der Zustände P_1 und P_2 von den CP Eigenzuständen beschreibt. Falls gilt $\bar{\epsilon}_p = 0$, dann sind P_1 und P_2 in der Tat CP Eigenzustände; dies gilt jedoch ebenso für $\bar{\epsilon}_p \rightarrow \infty$ und für rein imaginäre Werte von $\bar{\epsilon}_p$ ^(44,45). Zudem hängt $\bar{\epsilon}_p$ von der Phasenkonvention ab, die für P^0 und $\bar{P}^0$ gewählt wurde. Daher ist nicht der Betrag von $\bar{\epsilon}_p$, sondern die Abweichung der Größe $\eta_p = |\tilde{\eta}_p|$ von eins ein physikalisches Maß für CP Verletzung, das unabhängig ist von der gewählten Phasenkonvention. Zwischen dem Parameter η_p und dem Überlapp der Wellenfunktionen der Masseneigenzustände besteht die folgende Beziehung:

$$\xi = \langle P_1 | P_2 \rangle = \frac{1 + \eta}{1 + \eta^2} (1 - \eta) \quad (2.67)$$

Falls die Massendifferenz und die Breiten der Masseneigenzustände P_1 und P_2 experimentell bekannt sind, so lassen sich allein aus diesen Daten obere Schranken für $|\xi|^2$ angeben ⁽⁴⁶⁾:

$$|\xi|^2 \leq \frac{[\bar{\Gamma} \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2}]^2}{(M_1 - M_2)^2 + \frac{1}{4} (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} \quad (2.68)$$

$$\leq \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(M_1 - M_2)^2 + \frac{1}{4} (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} \quad (2.69)$$

In Gl. (2.65) wird über die Breiten verschiedener Zerfallskanäle summiert, so daß gilt:

$$\Gamma_{4,2} = \sum_i \Gamma_{4,2}^i \quad (2.70)$$

Verwendet man im System der neutralen K-Mesonen die experimentellen Werte für Γ_s^i und Γ_L^i (6), so erhält man mit Gl. (2.68) $|\delta| \leq 6 \times 10^{-3}$ und mit Gl. (2.69) $|\delta| \leq 6 \times 10^{-2}$. In diese Abschätzung im System neutraler K-Mesonen gehen die folgenden experimentellen Ergebnisse ein: (6)

$$\Gamma_L = (1.929 \pm 0.015) \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1} \quad (2.71a)$$

$$\Gamma_S = (1.121 \pm 0.003) \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \quad (2.71b)$$

$$M_{K^0} = (497.67 \pm 0.13) \text{ MeV} \quad (2.71c)$$

und die Massendifferenz

$$\Delta M = M_L - M_S = (3.521 \pm 0.014) \cdot 10^{12} \text{ MeV} \quad (2.72)$$

Auffallend sind der große Unterschied in den Breiten (Faktor 600) und die empirische Relation

$$\Delta M / \Gamma_S = 0.477 \pm 0.001 \quad (2.73)$$

Weil der Beweis der Ungleichungen (2.68,69) weder CPT- noch T-Invarianz voraussetzt, sondern nur auf der Unitaritätseigenschaft der Quantenmechanik beruht, werden die rechten Seiten dieser Ungleichungen als Unitaritätsgrenzen bezeichnet. Schon 1957, als man begann, die Erhaltung diskreter Raum-Zeit Symmetrien in Frage zu stellen, wurde aufgrund dieser Unitaritätsschranken klar, daß es sich im Gegensatz zu den P und C Asymmetrien bei der CP Verletzung nur um einen sehr kleinen und daher schwer meßbaren Effekt handelt.

Bei der Diskussion des Parameters ϵ' der direkten CP-Verletzung beschränken wir uns auf das System K^0 - $\bar{K}^0$. Von besonderem Interesse für die Bestimmung von ϵ und ϵ' sind die Zerfälle der neutralen K-Mesonen in zwei Pionen. Diese Zerfälle werden am zweckmäßigsten mit Hilfe der folgenden Parameter untersucht:

$$\eta_{00} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}} \quad (2.74)$$

$$\eta_{+-} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}}$$

Liegt z.B. zum Zeitpunkt $\tau = 0$ der reine Zustand $|K^0\rangle$ ($s = +1$) vor, so beträgt die Zerfallsrate für den Übergang in zwei geladene π -Mesonen zur Zeit $\tau = t$:

$$I_{\pi^+\pi^-}(t) = I(0) \left\{ e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2 |\eta_{+-}| e^{\frac{i}{2}(\Gamma_S + \Gamma_L)t} \cos[\Delta M t + \phi_{+-}] \right\} \quad (2.75)$$

Durch Messung der Zerfallsrate läßt sich $|\eta_{+-}|$ bestimmen, während die sinusförmige Variation die Phase ϕ_{+-} liefert. Experimentell ergibt sich ⁽⁶⁾

$$|\eta_{+-}| = (2.274 \pm 0.022) \cdot 10^{-3} \quad \phi_{+-} = (44.6 \pm 1.2)^\circ \quad (2.76)$$

$$|\eta_{00}| = (2.33 \pm 0.08) \cdot 10^{-3} \quad \phi_{00} = (54.5 \pm 5.3)^\circ \quad (2.77)$$

Wie in unserer allgemeinen Klassifikation der Methoden zur Beobachtung von CP Verletzung in der Einleitung ausgeführt wurde, ist eine Voraussetzung stets das Vorhandensein zweier Amplituden, deren Interferenzterm in den Raten zum gewünschten Effekt führt. Bei der Untersuchung der K-Zerfälle in zwei π -Mesonen kommt uns hier die Isospinstruktur des Endzustands zu Hilfe. Das zerfallende K-Meson trägt Isospin $1/2$, während der Endzustand, der aus einem zwei- π -System mit Drehimpuls 0 besteht, Isospin $I = 0$ oder $I = 2$ aufweisen kann. Es ist daher zweckmäßig, die folgenden Zerfallsamplituden zu definieren:

$$A_0 e^{i\delta_0} = \langle (\pi\pi)_{I=0} | H_{eff}^{\Delta S=1} | K^0 \rangle \quad (2.78)$$

$$A_2 e^{i\delta_2} = \langle (\pi\pi)_{I=2} | H_{eff}^{\Delta S=1} | K^0 \rangle \quad (2.79)$$

mit den schwachen Amplituden A_0 und A_2 und den Phasen δ_0 und δ_2 , die sich mittels einer Analyse der Phasenverschiebung aufgrund der starken Wechselwirkung gewinnen lassen ⁽⁴⁷⁾,

$$\delta_0 - \delta_2 \approx 29.2^\circ \pm 3^\circ \quad (F6) \quad (2.80)$$

Mit Hilfe der Isospin-Zerlegung der zwei- π -Endzustände

$$|\pi^+\pi^-\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |(\pi\pi)_{I=0}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |(\pi\pi)_{I=2}\rangle \quad (2.81)$$

$$|\pi^0\pi^0\rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} |(\pi\pi)_{I=0}\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(\pi\pi)_{I=2}\rangle$$

lassen sich die Größen η_{+-} und η_{00} sofort durch $\bar{E}_K$, A_0 , A_2 und $\delta_0 - \delta_2$ ausdrücken:

$$\eta_{+-} = \epsilon + \frac{\epsilon'}{1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}} \quad (2.82)$$

$$\eta_{00} = \epsilon - \frac{2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} \quad (2.83)$$

mit

$$\omega = \frac{A(K_S \rightarrow (\pi\pi)_{I=2})}{A(K_S \rightarrow (\pi\pi)_{I=0})} = \frac{\text{Re } A_2 \bar{E}_K + i \text{Im } A_2}{\text{Re } A_0 \bar{E}_K + i \text{Im } A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \quad (2.84)$$

und

$$\epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \frac{(1 - \bar{E}_K^2) e^{i(\delta_2 - \delta_0)}}{(\text{Re } A_0 + i \bar{E}_K \text{Im } A_0)^2} (\text{Im } A_2 \text{Re } A_0 - \text{Im } A_0 \text{Re } A_2) \quad (2.85)$$

$$\epsilon = \frac{\bar{E}_K + i(\text{Im } A_0 / \text{Re } A_0)}{1 + i \bar{E}_K (\text{Im } A_0 / \text{Re } A_0)} \quad (2.86)$$

Zunächst überzeugen wir uns davon, daß die auf diese Weise gewonnenen Größen ϵ , ϵ' und ω unabhängig von der gewählten Phasenkonvention sind. Betrachten wir die folgende unitäre Transformation

$$U = e^{iS\chi} \quad (2.87)$$

mit dem "strangeness"-Operator S und der beliebigen Phase χ , so ist der

Hamiltonoperator ($H_{\text{QCD}} + H_{\text{EM}}$) invariant unter dieser Transformation und es gilt:

$$\begin{aligned} |K^0\rangle &\longrightarrow e^{i\chi} |K^0\rangle \\ |\bar{K}^0\rangle &\longrightarrow e^{-i\chi} |\bar{K}^0\rangle \end{aligned} \quad (2.88)$$

Durch Multiplikation der Wellenfunktion $|P_{1,2}\rangle$ mit der Phase

$$e^{i\lambda} = \frac{\cos \chi - i \bar{E}_p \sin \chi}{|\cos \chi - i \bar{E}_p \sin \chi|} \quad (2.89)$$

und durch die folgende Redefinition von $\bar{E}_K$ kann die Transformation Gl. (2.82) in Gl. (2.55) kompensiert werden:

$$\bar{E}_K \rightarrow \bar{E}'_K = \frac{\bar{E}_K \cos \chi - i \sin \chi}{\cos \chi - i \bar{E}_p \sin \chi} \quad (2.90)$$

Durch einfaches Nachrechnen läßt sich hiermit die Invarianz von $\mathcal{E}$, $\mathcal{E}'$ und ω unter der Transformation

$$A_0 \rightarrow e^{i\chi} A_0 \quad A_2 \rightarrow e^{i\chi} A_2 \quad \bar{E}_K \rightarrow \bar{E}'_K \quad (2.91)$$

nachweisen. Aus Gl. (2.85) läßt sich sofort ablesen, daß $\mathcal{E}'$ proportional zur Phasendifferenz der Isospinamplituden A_0 und A_2 ist; außerdem zeigt sich, daß die beiden Parameter $\mathcal{E}$ und $\mathcal{E}'$ in dem Sinn voneinander unabhängig sind, daß Verschwinden des einen nicht automatisch den anderen zu Null macht. Ein einfaches Kriterium, das uns erlaubt, darüber zu entscheiden, welche der oben eingeführten Parameter physikalische Größen darstellen, besteht in deren Verhalten unter der Transformation Gl. (2.91). So zeigt sich, daß die Größe

$$\langle K_L | K_S \rangle = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{E}_K}{1 + |\bar{E}_K|^2} = \mathcal{E}_K \quad (2.92)$$

invariant unter Gl. (2.91) ist; daher führen Messungen der Ladungsasymmetrie bei K_{13} Zerfällen tatsächlich zur Bestimmung des Realteils von $\mathcal{E}$ (virtuelle CP Verletzung):

$$\operatorname{Re} \mathcal{E} = (1.621 \pm 0.088) \times 10^{-3} \quad (2.93)$$

Der Parameter $\tilde{\eta}$ (Gl. (2.56)) hingegen weist das folgende Transformationsverhalten auf

$$\tilde{\eta}_P \longrightarrow \tilde{\eta}_P e^{2i\chi} \quad (2.94)$$

nur der Absolutbetrag $|\tilde{\eta}_P|$ kann daher als physikalische Größe aufgefaßt werden. Im Zusammenhang mit der diskutierten Phasenfreiheit bleibt zu erwähnen, daß eine der gebräuchlichen Konventionen darin besteht, nach Wu und Yang⁽⁴⁸⁾ die Isospinamplitude A_0 reell zu wählen. Dies ist gleichbedeutend mit der Fixierung der Phase χ :

$$\chi_{WY} = \arctan \left(\operatorname{Im} A^0 / \operatorname{Re} A^0 \right) \quad (2.95)$$

d.h. $|K^0\rangle \rightarrow e^{i\chi_{WY}} |K^0\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle \rightarrow e^{-i\chi_{WY}} |\bar{K}^0\rangle$. Im Standardmodell mit der üblichen Form der K-M-Matrix Gl. (2.13) gilt $\operatorname{Im} A_2 = 0$ (F7), während "Pinguin" Beiträge einen nichtverschwindenden Beitrag zur Amplitude A_0 liefern.

Die Gl. (2.82,83) erlauben uns, die Parameter ε und ε' mit Hilfe der experimentell bestimmbaren Größen η_{+-} , η_{00} und ω auszudrücken:

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \left[\eta_{00} + 2\eta_{+-} + \sqrt{2} \omega (\eta_{+-} - \eta_{00}) \right] \approx \frac{1}{3} (\eta_{00} + 2\eta_{+-}) \quad (2.96)$$

und

$$\varepsilon' = \frac{1}{3} (\eta_{+-} - \eta_{00}) \left(1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}} \right) (1 - \sqrt{2} \omega) \approx \frac{1}{3} (\eta_{+-} - \eta_{00}) \quad (2.97)$$

Über ω erhält man Information mit Hilfe des Verhältnisses

$$\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = 2 \left| \frac{1 + \omega/\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} \omega} \right|^2 \text{ p.s. } (1 + \text{R.C.}) \quad (2.98)$$

P.S. bezeichnet das Phasenraumverhältnis und R.C. Strahlungskorrekturen der Ordnung $O(\frac{\alpha}{\pi})$. Experimentell ergibt sich

$$\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = 2.19 \pm 0.02 \quad (2.99)$$

dies ist konsistent mit $\omega = 0$.

Gl. (2.97) zeigt, daß im Fall superschwacher CP Verletzung ($\epsilon' = 0$) die beiden Parameter η_{+-} und η_{00} Gleichheit aufweisen. Mit den experimentellen Werten für η_{+-} und η_{00} Gln. (2.76, 77) erhalten wir

$$\epsilon = (2.18 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} e^{i \frac{\pi}{4}} \quad (2.100)$$

dies ist konsistent mit dem Ergebnis aufgrund der Ladungsasymmetrie bei den Zerfällen $K_L \rightarrow \pi^+ l^- \nu$. Da ϵ' als Differenz von η_{+-} und η_{00} gegeben ist, verursacht seine Bestimmung sehr viel größeren experimentellen Aufwand als die Messung von ϵ . Die neuesten experimentellen Ergebnisse liefern:

$$\epsilon'/\epsilon = -0.0046 \pm 0.0053 \pm 0.0024 \text{ (Fermilab)}^{(16)} \quad (2.101)$$

$$\epsilon'/\epsilon = 0.0017 \pm 0.0072 \pm 0.0043 \text{ (Brookhaven)}^{(17)} \quad (2.102)$$

Wir schließen dieses Kapitel ab mit einer Darstellung des Zusammenhangs zwischen den Parametern ϵ und ϵ' und den Amplituden M_{12} , T_{12} , A_0 und A_2 , die in den folgenden Kapiteln innerhalb expliziter Modelle berechnet werden. Aufgrund der Gln. (2.56) und (2.62) :

$$\frac{1 - \bar{\epsilon}_K}{1 + \bar{\epsilon}_K} = \left\{ \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2} T_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2} T_{12}} \right\}^{1/2} = \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2} T_{12}^*}{\frac{1}{2}(\Delta M - \frac{i}{2} \Delta \Gamma)} \quad (2.62b)$$

oder näherungsweise

$$1 - 2 \bar{\epsilon}_K \approx \frac{\operatorname{Re} M_{12} - i \operatorname{Re} \frac{T_{12}}{2} - i (\operatorname{Im} M_{12} - i \operatorname{Im} \frac{T_{12}}{2})}{\frac{1}{2}(\Delta M - i \Delta \Gamma/2)} \quad (2.103)$$

Im Fall der K-Mesonen wird T_{12} durch den $(2\pi)I = 0$ Zwischenzustand dominiert und erfüllt daher in guter Näherung die folgende Relation

$$T_{12} \approx (-A_0^* e^{i\delta_0})^* (A_0 e^{i\delta_0}) = -(\operatorname{Re} A_0 + i \operatorname{Im} A_0)^2 \quad (2.104)$$

Näherungsweise erhalten wir somit die folgenden Beziehungen:

$$\frac{\operatorname{Im} T_{12}}{\operatorname{Re} T_{12}} \approx 2 \frac{\operatorname{Im} A_0}{\operatorname{Re} A_0} \quad (2.105)$$

und

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} M_{12} &\approx \frac{1}{2} \Delta M & \operatorname{Re} T_{12} &\approx \frac{1}{2} \Delta T \\ \operatorname{Im} M_{12} &\gg \operatorname{Im} T_{12} \end{aligned} \quad (2.106)$$

Verwenden wir zusätzlich die empirische Relation $\Delta M \approx \Delta T/2$, so führt Gl. (2.59c) schließlich zu

$$\varepsilon_K \approx \bar{\varepsilon}_K + i \frac{\operatorname{Im} A_0}{\operatorname{Re} A_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\operatorname{Im} M_{12}}{2 \operatorname{Re} M_{12}} + \frac{\operatorname{Im} A_0}{\operatorname{Re} A_0} \right) \quad (2.107)$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\Delta M} \left\{ \operatorname{Im} M_{12} + 2 \xi \operatorname{Re} M_{12} \right\} \quad (2.108)$$

Für ε' erhalten wir in guter Näherung

$$\varepsilon' \approx \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i(\frac{\pi}{2} + \delta_2 - \delta_0)} \left\{ \frac{\operatorname{Im} A_2}{\operatorname{Re} A_0} - \frac{\operatorname{Re} A_2}{\operatorname{Re} A_0} \xi \right\} \quad (2.109a)$$

mit

$$\xi = \frac{\operatorname{Im} A_0}{\operatorname{Re} A_0} \quad (2.110)$$

In der sog. Quarkphasenkonvention ($\operatorname{Im} A_2 = 0$) gilt:

$$\varepsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i(\frac{\pi}{2} + \delta_2 - \delta_0)} \left\{ - \frac{\operatorname{Re} A_2}{\operatorname{Re} A_0} \right\} \xi \quad (2.109b)$$

Das Verhältnis $\operatorname{Re} A_2 / \operatorname{Re} A_0$ ist ein Maß für die empirische $\Delta I = \frac{1}{2}$ Regel; wir verwenden hierfür den experimentellen Wert 0.05. Um ε und ε' zu berechnen, ist, wie wir den Gln. (2.107) und (2.109) entnehmen, eine Analyse der Größen M_{12} und ξ erforderlich; bei diesen Berechnungen ist auf die Einhaltung der gewählten Phasenkonvention zu achten. Um Aussagen über M_{12} und ξ machen zu können, ist zunächst eine Diskussion der effektiven Hamiltonoperatoren $\mathcal{H}^{\Delta S=1}$ und $\mathcal{H}^{\Delta S=2}$ nötig, die nichtleptonische Übergänge mit einer Änderung der "Strangeness"-Zahl um eine bzw. zwei Einheiten beschreiben.

2.4 Die Berechnung von f und M_{12}

2.4.1 Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 1$ Übergänge

Bei der Untersuchung des effektiven Hamiltonoperators für $\Delta S = 1$ Übergänge werden wir auch kurz auf die berühmte $\Delta I = 1/2$ -Regel für nichtleptonische schwache Zerfälle von K-Mesonen und Hyperonen eingehen. Evidenz für diese empirische Regel stammt aus verschiedenen Quellen:

$$i) \quad \frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0)} \approx (21.2)^2 \quad (2.111)$$

Das $\pi^+ \pi^0$ System, das beim Zerfall von K^+ entsteht, stellt einen Zustand mit Isospin $I = 2$ dar, d.h. die Rate im Nenner stammt vollständig aus einem $\Delta I = \frac{3}{2}$ Übergang.

ii) Die nichtleptonischen $|\Delta I| = 1/2$ Amplituden sind sowohl für K-Mesonen als auch für Baryonen systematisch größer als die korrespondierenden semileptonischen Amplituden:

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)}{\Gamma(K_S \rightarrow 2\pi)} \approx \frac{1}{(12.2)^2} \quad \frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow p e \nu)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow n \pi)} \sim \frac{1}{(27.7)^2} \quad (2.112)$$

iii) Die Raten für $|\Delta I| = \frac{3}{2}$ nichtleptonische Zerfälle sind von der gleichen Größenordnung wie die entsprechenden semileptonischen Zerfallsraten:

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ \nu)} \sim 4.4 \quad \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ \nu)} \sim 1.2 \quad (2.113)$$

Aus diesen Beobachtungen läßt sich der Schluß ziehen, daß die nichtleptonischen $|\Delta I| = 1/2$ Amplituden bei $\Delta S = 1$ Zerfällen erhöht sind. Bei den Zerfällen $K^0 \rightarrow \pi\pi$ beträgt diese Verstärkung gegenüber der $\Delta I = 3/2$ Amplitude $|A_0 / A_2| \approx 20$. Die Erklärung dieser auffälligen Eigenschaft nichtleptonischer schwacher Zerfälle stellt immer noch ein offenes Problem dar ^(F8).

Es gibt eine ganze Reihe von Untersuchungen über den effektiven Hamiltonoperator der schwachen Wechselwirkung, der $\Delta S = 1$ Übergänge beschreibt ⁽⁵⁰⁻⁵⁸⁾ (siehe auch A.J. Buras ⁽⁴⁾); die Methoden zur Berücksichtigung von QCD-Effek-

ten wurden in den Arbeiten von A.I. Vainshtein et al.⁽⁵²⁾, W. Witten⁽⁵⁹⁾ und M.B. Wise und E. Witten⁽⁶⁰⁾ entwickelt. In unserer Darstellung folgen wir den Arbeiten von Gilman und Wise^(53,54) und hinsichtlich einer manifest vom Renormierungspunkt μ unabhängigen Form von $\mathcal{H}^{AS=1}$ dem Artikel von A.J. Buras und W. Słominski⁽⁶¹⁾.

Läßt man zunächst die starke Wechselwirkung außer acht, so lautet der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 1$ Übergänge (siehe Fig. 3):

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} 4 \left\{ A_u (\bar{s}_L \gamma^\mu u_L)(\bar{u}_L \gamma_\mu d_L) + A_c (\bar{s}_L \gamma^\mu c_L)(\bar{c}_L \gamma_\mu d_L) + A_t (\bar{s}_L \gamma^\mu t_L)(\bar{t}_L \gamma_\mu d_L) \right\} \quad (2.114)$$

mit den Abkürzungen

$$A_q \equiv V_{qd} V_{qs}^* \quad q = u, c, t \quad (2.115)$$

und

$$(\bar{s}_L \gamma_\mu q_L) \equiv \bar{s}_\alpha \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) q_\alpha \quad (2.116)$$

die Indices α ($\alpha = 1, 2, 3$) bezeichnen die Farbfreiheitsgrade der Quarks. Üblicherweise wird bei der Berechnung von $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1}$ angenommen, daß die auftretenden Quarkmassen und Impulsüberträge sehr viel kleiner als M_W sind. Da beim Zerfall $K \rightarrow \pi\pi$ die Masse des t-Quarks frühestens in der 1-Schleifen-Näherung von Bedeutung sein kann, ergeben sich hierfür bei Berücksichtigung schwerer t-Quarks nur Modifikationen der Koeffizientenfunktionen für die entsprechenden Diagramme. Der Zerfall schwerer t-Quarks hingegen erfordert die Berücksichtigung des Propagatoreffekts schon auf dem "tree"-Niveau. Die Unitarität der KM-Matrix ist gleichbedeutend mit

$$A_u + A_c + A_t = 0. \quad (2.117)$$

Um der Isospinstruktur Rechnung zu tragen, ist es üblich, Gl. (2.114) in der folgenden Weise umzuformen:

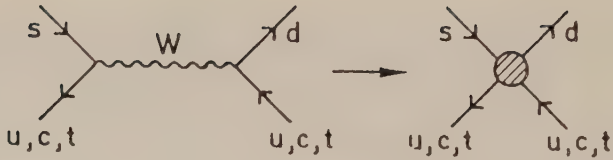


Fig. 3: Diagramme, die den effektiven Hamilton-Operator Gl. (2.114) darstellen.

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1} = - \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ A_c (O_c^{(+)} + O_c^{(-)}) + A_t (O_t^{(+)} + O_t^{(-)}) \right\} \quad (2.118)$$

mit $O_q^{(\pm)}$ =

$$4 \left\{ \left(\bar{s}_L \gamma^\mu u_L \right) \left(\bar{u}_L \gamma_\mu d_L \right) \pm \left(\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \right) \left(\bar{u}_L \gamma_\mu u_L \right) \right\} \\ - \left\{ \left(\bar{s}_L \gamma^\mu q_L \right) \left(\bar{q}_L \gamma_\mu d_L \right) \pm \left(\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \right) \left(\bar{q}_L \gamma_\mu q_L \right) \right\} \quad (2.119)$$

Für den späteren Gebrauch geben wir die explizite Form von A_c und A_t im Rahmen der KM-Parametrisierung der Mischungsmatrix an:

$$A_c = s_1 c_2 (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{-i\delta}) \quad (2.120)$$

$$A_t = s_1 s_2 (c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{-i\delta}) \quad (2.121)$$

mit den Bezeichnungen von Abschnitt 2.1.

Die Tatsache, daß der erste Teil des Operators $O^{(-)}$ antisymmetrisch unter der Vertauschung der Felder u_L und d_L ist, charakterisiert ihn als reinen $I = 1/2$ Operator. Der Operator $O^{(+)}$ hingegen weist sowohl einen Anteil auf, der sich wie $I = 1/2$ als auch einen, der sich wie $I = 3/2$ transformiert. Die Tatsache, daß die Operatoren $O^{(+)}$ und $O^{(-)}$ mit dem gleichen Gewicht in Gl. (2.118) auftreten, bringt zum Ausdruck, daß auf diesem Niveau noch keine Verstärkung der $\Delta I = 1/2$ Komponente eintritt.

Durch Berücksichtigung der starken Wechselwirkung wird der effektive Hamiltonoperator Gl. (2.118) in zweifacher Weise modifiziert:

i) Die Koeffizienten der Operatoren $O_i^{(+)}$ und $O_i^{(-)}$ werden derart verändert, daß der $\Delta I = 1/2$ Anteil um einen Faktor ~ 3 gegenüber dem $\Delta I = 3/2$ Anteil des Hamiltonoperators verstärkt wird (Oktett Verstärkung)^(50,51). Diese Verstärkung ist jedoch nicht ausreichend, um die $\Delta I = 1/2$ Regel zu erklären.

ii) Es werden neue Operatoren eingeführt, insbesondere solche mit Helizitätsstruktur $(V-A)(V+A)$, die sog. "Penguin"-Operatoren⁽⁵²⁾ (siehe Fig. 4). Da die "Penguin"-Operatoren nur zum $I = 1/2$ Anteil des effektiven Hamiltonoperators beitragen (Gluonemission erhält den Isospin), können sie im Prinzip bei der Erklärung der $\Delta I = 1/2$ -Regel eine Rolle spielen, insbesondere wenn man die Oktettverstärkung mit berücksichtigt.

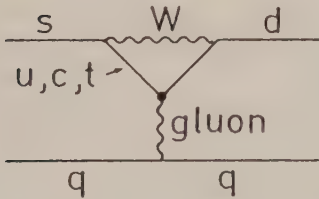


Fig. 4:

Ein typisches "Penguin"-Diagramm, das relevant ist für $\Delta S = 1$ Übergänge.

Betrachten wir zunächst die möglichen Gluonkorrekturen zu einem typischen 4-Fermi-Operator $(\bar{q}_{1L} \gamma^\mu q_{2L})(\bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{4L})$.

Wie wir Fig. 5) entnehmen, treten zwei Klassen von Korrekturen auf: Die erste Klasse (Fig. 5a), b)) verursacht Renormierungen der Kopplungskonstante und der Wellenfunktion und ändert das relative Gewicht zwischen $\mathcal{O}^{++}$ und $\mathcal{O}^{--}$ nicht. Die zweite beinhaltet Korrekturen, bei denen das Gluon zwischen Fermionlinien ausgetauscht werden, die zu verschiedenen Vertices gehören. Hierdurch treten Operatoren der folgenden Form auf:

$$\begin{aligned} & \bar{L}_i (\bar{q}_{1L} \gamma^\mu \lambda^i q_{2L})(q_{3L} \gamma_\mu \lambda^i q_{4L}) \quad - \\ & - \frac{2}{3} (\bar{q}_{1L} \gamma^\mu q_{2L})(\bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{4L}) + 2 (\bar{q}_{1L} \gamma^\mu q_{4L})(\bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{2L}) \end{aligned} \quad (2.122)$$

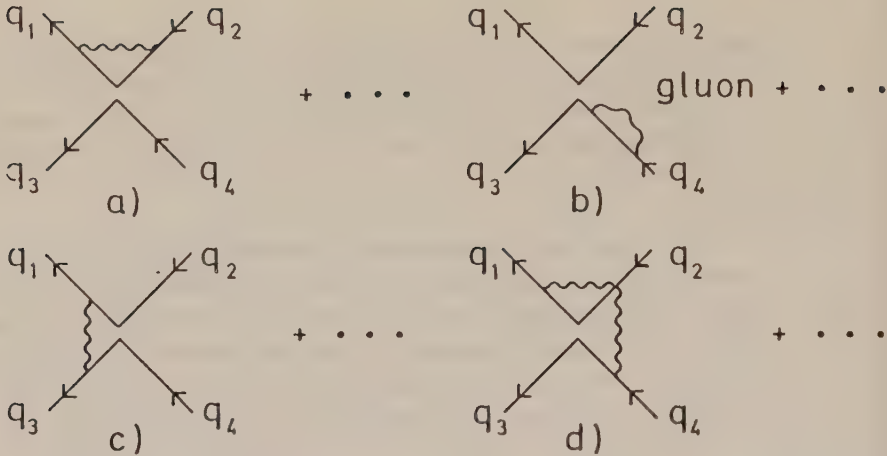


Fig. 5: Die Gluonkorrekturen für den effektiven 4-Fermi Operator.

mit den Gell-Mann Matrizen $\lambda_{\alpha\beta}^i$ $i = 1, \dots, 8$ und

$$(\bar{q}_{1L} \gamma^\mu \lambda_{\alpha\beta}^i q_{2L}) = \bar{q}_{1\alpha} \gamma^\mu \lambda_{\alpha\beta}^i \frac{1-\gamma_5}{2} q_{2\beta} \quad (2.122)$$

Die Anwendung der Fierz- und der Vollständigkeitsrelation für die λ -Matrizen führt in Gl. (2.122) erneut zum Auftreten von Operatoren, die Bestandteil von $\mathcal{O}^{+1}$ und $\mathcal{O}^{-1}$ sind, allerdings mit den unterschiedlichen Farbgewichten $-\frac{2}{3}$ und 2. Dies bedeutet, daß sich die Operatoren $\mathcal{O}^{+}$ und $\mathcal{O}^{-}$, die auf dem 1-Schleifen-Niveau mit der einzigen Skala M_W immer noch multiplikativ renormierbar sind, in ihren anomalen Dimensionen unterscheiden.

Es läßt sich zeigen^(63,59,60), daß sich in allen Ordnungen der starken Kopplungskonstante $g(\mu)$ der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 1$ Übergänge in der führenden Ordnung als eine Summe darstellen läßt, deren Summanden von der folgenden lokalen Form sind:

$$C\left(\frac{M_W}{\mu}, g(\mu)\right) (\bar{q}_{1L} \gamma^\mu q_{2L})(\bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{4L}) + O\left(\frac{1}{M_W^2}\right) \quad (2.123)$$

der Koeffizient C hängt nur von der schweren Skala M_W , vom Renormierungspunkt μ und der Kopplungskonstante g , nicht jedoch von den leichten Quark-

massen und den Impulsen ab. Dies bedeutet, daß in der führenden Ordnung der Masse M_W - bisher der einzigen schweren Skala, weil zunächst alle Quarkmassen vernachlässigt wurden - der induzierte Hamiltonoperator für nicht-leptonische $\Delta S = 1$ Übergänge in allen Ordnungen der Farbkopplung die folgende Form aufweisen muß:

$$\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=1} = - \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \left\{ \lambda_c (c_c^\dagger O_c^{(u)} + c_c^\dagger O_c^{(c)} + c \rightarrow t) \right\} \quad (2.124)$$

Die Koeffizienten $C_i^\pm$ lassen sich mit Hilfe der Methoden der Renormierungsgruppe berechnen^(50,51), die sich schon bei der Untersuchung der tief inelastischen Streuung als wirkungsvoll erwiesen haben (z.B. A.J. Buras⁽²³⁾). Unter Vernachlässigung der Quarkmassen lautet die Renormierungsgruppengleichung:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} - \gamma_\pm(g) \right] C^\pm \left(\frac{M_W}{\mu}, g \right) = 0 \quad (2.125)$$

mit der β -Funktion in 1-Schleifen-Näherung

$$\beta(g) = -\beta_0 \frac{g^3}{16\pi^2} + O(g^5) \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3} N_f \quad (2.126)$$

(N_f bezeichnet die Anzahl der Flavorarten, die in $\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=1}$ berücksichtigt werden). Die β -Funktion bestimmt das Verhalten der effektiven Kopplungskonstante

$$\alpha(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log(Q^2/\Lambda^2)} \quad (2.127)$$

In der 1-Schleifen-Näherung weist die anomale Dimension die folgende g -Abhängigkeit auf

$$\gamma_i = (g^2/16\pi^2) \gamma_i^0 + O(g^4) \quad (2.128)$$

In dem Schritt für Schritt das Eichboson W , die Masse des t -Quarks, die des b - und schließlich die des c -Quarks als schwer betrachtet und aus der Niederenergie-theorie ausintegriert wurden, tauchen auf jeder Stufe mehr Operatoren auf, deren Mischung unter Renormierung durch 2×2 , 5×5 und 6×6 Matrizen der anomalen Dimension beschrieben wird. Nach jedem Schritt

besteht der effektive Hamiltonoperator aus einer Summe von Operatoren, die sich aus Feldern aufbauen, die noch nicht ausintegriert wurden; die Koeffizientenfunktionen hingegen hängen vom Subtraktionspunkt μ und den Massen derjenigen schweren Felder ab, die bereits aus der Niederenergiethorie eliminiert wurden. Daher macht sich am Ende das Vorhandensein schwerer Felder im effektiven Hamiltonoperator für das K-System nur durch die Koeffizientenfunktionen der relevanten Operatoren bemerkbar, welche selbst nur aus den leichten Feldern (u, d, s) bestehen.

Führen wir nun den ersten Schritt dieses Programms aus, indem wir das W-Boson ausintegrieren:

Die Lösung der Gl. (2.125) läßt sich am einfachsten mit Hilfe der laufenden Kopplungskonstante $\bar{g}(t, g)$ angeben, die folgendermaßen definiert ist:

$$\ln t = \int_g^{\bar{g}(t, g)} \frac{dx}{\beta(x)} \quad (2.129)$$

mit $\bar{g}(1, g) = g$. Hiermit erhalten wir:

$$C^\pm\left(\frac{M_W}{\mu}, g\right) = C^\pm\left(1, \bar{g}\left(\frac{M_W}{\mu}, g\right)\right) e^{-\int_g^{\bar{g}(\frac{M_W}{\mu}, g)} dx \frac{\gamma^\pm(x)}{\beta(x)}} \quad (2.130)$$

Da $\bar{g}(t, g)$ für große t verschwindet, können wir unter der Annahme $M_W/\mu \gg 1$ die folgende Ersetzung vornehmen:

$$C^\pm\left[1, \bar{g}\left(\frac{M_W}{\mu}, g\right)\right] \approx C^\pm(1, 0) \quad (2.131)$$

Der nichtleptonische Hamiltonoperator in Abwesenheit der QCD-Korrekturen ist gerade durch Gl. (2.118) gegeben; somit erhalten wir:

$$C^\pm(1, 0) = 1 \quad (2.132)$$

Da sich die Operatoren $O_i^{(*)}$ unterschiedlich unter der Flavorguppe $SU(6)$ transformieren, mischen sie nicht unter Renormierung. Mit den Koeffizienten der anomalen Dimensionen

$$\gamma_+^0 = 4 \quad \gamma_-^0 = -8 \quad (2.133)$$

und Gl. (2.126) ergibt sich aus Gl. (2.130):

$$C^\pm \left(\frac{M_W}{\mu}, g \right) = \left(\frac{\alpha_s(\mu^2)}{\alpha_s(M_W^2)} \right)^{\alpha^\pm} \quad (2.134)$$

mit

$$\alpha^\pm = \frac{\gamma_\pm^0}{2\beta_0} = \frac{-3 \pm 9}{33 - 2N_f} \quad (2.135)$$

In Gl. (2.135) ist $N_f = 6$ zu verwenden.

Wenden wir zur Veranschaulichung dieses Verfahrens auf eine Theorie mit nur vier Quarksorten an, so treten nur die Operatoren O_C^+ auf und es gelten $N_f = 4$ und $A_C = -\sin \theta_c \cdot \cos \theta_c$. Dies führt zu:

$$\begin{aligned} \chi_{eff}^{\Delta S=1} \Big|_{N_f=4} &= \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \sin \theta_c \cos \theta_c \left\{ \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(\mu^2)} \right)^{\frac{6}{23}} O_C^{(+)} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(\mu^2)} \right)^{-\frac{12}{23}} O_C^{(-)} \right\} \end{aligned} \quad (2.136)$$

Verwenden wir $M_W = 80 \text{ GeV}$, $\mu = 1 \text{ GeV}$ und $\Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV}$, so erhalten wir $\alpha(M_W^2)/\alpha(\mu^2) \approx 0.27$; hiermit lauten die Koeffizienten von $O_C^{(+)}$ und $O_C^{(-)}$ 0.7 bzw. 1.9. Da $O_C^{(-)}$ ein reiner $\Delta I = 1/2$ Operator ist und $O_C^{(+)}$ sowohl Anteile mit $\Delta I = 1/2$ als auch solche mit $\Delta I = 3/2$ enthält, haben die oben diskutierten QCD-Effekte eine Verstärkung der $\Delta I = 1/2$ Amplitude gegenüber der $\Delta I = 3/2$ Amplitude um einen Faktor ~ 3 zur Folge. Durch diese Korrekturen wurde auch eine qualitative Änderung des effektiven Hamiltonoperators bewirkt; während der ursprüngliche Hamiltonoperator Gl. (2.118) nur eine effektive Wechselwirkung zwischen geladenen Strömen beinhaltete, weist der modifizierte Hamiltonoperator Gl. (2.124, 2.136) auch eine Kombination der Operatoren $O^{(1)} - O^{(7)}$ auf, die eine effektive Wechselwirkung zwischen zwei neutralen Strömen beschreibt.

An dieser Stelle erscheinen die folgenden beiden Bemerkungen angebracht:

i) Die $\Delta S = 1$ Amplituden, die sich als Matrixelemente von $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ ergeben (z.B. $A(K \rightarrow \pi\pi) = \langle \pi\pi | \mathcal{H}_{\text{eff}} | K \rangle$), bestehen außer aus den Wilson-Koeffizientenfunktionen, die durch die oben diskutierten QCD-Faktoren dargestellt werden, auch aus den Matrixelementen der betreffenden Operatoren. Zusätzliche Verstärkung der $\Delta I = 1/2$ Amplituden könnte daher im Prinzip durch die entsprechenden Matrixelemente verursacht werden. Im Fall der Operatoren $O_c^{\pm}$ tritt keine erhebliche zusätzliche Verstärkung ein. Sobald jedoch "Pinguin"-Operatoren auftreten, ist eine Verstärkung ihrer Matrixelemente gegenüber den Matrixelementen der übrigen Operatoren häufig zur Erklärung der $\Delta I = 1/2$ Regel herangezogen worden (52).

ii) Die Koeffizientenfunktionen in Gl. (2.136) hängen vom Normierungspunkt μ ab. Zu beachten ist jedoch, daß die μ -Abhängigkeit der Matrixelemente von $O_c^{\pm}$ die der Koeffizientenfunktionen kompensiert, so daß die gesamte Amplitude vom Subtraktionspunkt unabhängig ist. Es erscheint daher als nützlich, $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ in manifest μ -unabhängiger Form anzugeben (61). Im Fall der Gl. (2.136) ist dies einfach, weil die Operatoren $O_c^{\pm}$ multiplikativ renormiert werden. Definieren wir

$$\tilde{O}_c^{(*)} = O_c^{(*)} [\alpha(\mu^2)]^{-a}, \quad \tilde{O}_c^{(t)} = O_c^{(t)} [\alpha(\mu^2)]^{-a}. \quad (2.137)$$

so ergibt sich

$$(\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1})_{n_f=4} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \sin\theta_c \cos\theta_c \left\{ (\alpha(M_W^2))^{a^{(*)}} \tilde{O}_c^{(*)} + (\alpha(M_W^2))^{a^{(t)}} \tilde{O}_c^{(t)} \right\} \quad (2.138)$$

die Matrixelemente von $\tilde{O}_c^{\pm}$ sind hierbei von μ unabhängig; stillschweigend wurde dabei die Annahme gemacht, daß die Korrekturen höherer Ordnung die μ -Abhängigkeit nur noch wenig ändern. Auf diese Weise wird die Verstärkung der $\Delta I = 1/2$ Amplituden durch die Koeffizientenfunktion unabhängig von μ und ist einfach gegeben durch

$$[\alpha(M_W^2)]^{a^{(*)} - a^{(t)}} = [\alpha(M_W^2)]^{-18/25} \approx 4.5 \quad \Lambda = 200 \text{ MeV} \quad (2.139)$$

Dasselbe Resultat erhält man mit Gl. (2.136) im Fall $\alpha(\mu^2) = 1$; natürlich erfordert eine vollständige Analyse, ebenso wie für Gl. (2.136), auch die Berechnung der Matrixelemente von $\tilde{O}_c^{\pm}$.

Die nächsten Schritte im oben beschriebenen Programm bestehen nun darin, nach und nach die Quarks t , b und c (zusätzlich zur Masse des W -Bosons) als schwer zu betrachten und nacheinander aus dem effektiven Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ Gl. (2.124) auszuintegrieren. Der auf diese Weise entstehende Hamiltonoperator bei niedrigen Energien enthält nur noch Operatoren, die sich aus den leichten Feldern (u , d , s) aufbauen. Eliminieren der Felder t , b und c hat dreierlei Folgen für $\mathcal{H}_{\text{eff}}$:

- i) das Auftreten neuer Operatoren - insbesondere solcher mit der Struktur $(V-A) \times (V+A)$
- ii) eine komplizierte Form der QCD Koeffizientenfunktionen, die nun zusätzlich neben M_W auch von m_t , m_b , m_c und μ abhängen, und schließlich
- iii) eine komplizierte Mischung der Operatoren unter Renormierung; es besteht daher keine einfache μ -Abhängigkeit der einzelnen Bestandteile von $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ mehr, so daß im Prinzip alle Terme berücksichtigt werden müssen, um eine vom Renormierungspunkt unabhängige Amplitude zu erhalten.

Da die Formeln für die Koeffizientenfunktionen ziemlich kompliziert sind (53,54,61), werden wir hier nur das Endergebnis in numerischer Form angeben. Die Operatoren, die im resultierenden Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S = 1}$ auftreten, lauten⁵³⁾:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= (\bar{s}_\alpha d_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta u_\beta)_{V-A} \\
 Q_2 &= (\bar{s}_\alpha d_\beta)_{V-A} (\bar{u}_\beta u_\alpha)_{V-A} \\
 Q_3 &= (\bar{s}_\alpha d_\alpha)_{V-A} [\bar{u}_\beta u_\beta + \bar{d}_\beta d_\beta + \bar{s}_\beta s_\beta]_{V-A} \\
 Q_4 &= (\bar{s}_\alpha d_\beta)_{V-A} [\bar{u}_\beta u_\alpha + \bar{d}_\beta d_\alpha + \bar{s}_\beta s_\alpha]_{V-A} \\
 Q_5 &= (\bar{s}_\alpha d_\alpha)_{V-A} [\bar{u}_\beta u_\beta + \bar{d}_\beta d_\beta + \bar{s}_\beta s_\beta]_{V+A} \\
 Q_6 &= (\bar{s}_\alpha d_\beta)_{V-A} [\bar{u}_\beta u_\alpha + \bar{d}_\beta d_\alpha + \bar{s}_\beta s_\alpha]_{V+A}
 \end{aligned} \tag{2.139}$$

mit

$$(\bar{s}_\alpha d_\alpha)_{V-A} = (\bar{s}_\alpha \gamma^\mu (1-\gamma_5) d_\alpha)$$

In der 1-Schleifen-Näherung ist dieser Satz vom Operatoren unter Renormierung geschlossen; da jedoch gilt $Q_4 = Q_2 + Q_3 - Q_1$, treten im Endergebnis nur die Operatoren Q_1, Q_2, Q_3, Q_5 und Q_6 auf^(53,54):

$$\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=1} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} s_1 c_1 c_3 \sum_{i=1,2,3,5,6} C_i Q_i \quad (2.140)$$

mit

$$C_i = z_i + \tau y_i \quad \tau = s_1^2 + \frac{s_2 s_3 c_2 e^{-i\delta}}{c_1 c_3} \quad (2.141)$$

die Größen z_i und y_i sind Funktionen von m_c, m_b, m_t, m_W und μ , für die wir in Tab. 1 typische Werte angeben. Zwischen der Kombination τ aus Parametern der K-M-Matrix und den Größen A_c und A_t besteht der folgende Zusammenhang:

$$A_c - A_t = (A_c + A_t)(1 - 2\tau) = s_1 c_1 c_3 (1 - 2\tau) \quad (2.142)$$

μ [GeV]	z_1	z_2	z_3	z_5	z_6
m_t	y_1	y_2	y_3	y_5	y_6
0.5	-0.90	1.53	-0.024	0.013	-0.057
30.	0.043	-0.043	-0.012	0.007	-0.103
0.8	-0.65	1.35	-0.011	0.006	-0.020
30.	0.042	-0.042	-0.017	0.010	-0.073
0.5	-0.90	1.53	-0.024	0.013	-0.057
45.	0.046	-0.046	-0.012	0.008	-0.114
0.8	-0.65	1.35	-0.011	0.006	-0.020
45.	0.045	-0.045	-0.018	0.010	-0.081
0.5	-0.90	1.53	-0.024	0.013	-0.057
60.	0.048	-0.048	-0.012	0.008	-0.121
0.8	-0.65	1.35	-0.011	0.006	-0.020
60.	0.047	-0.047	-0.019	0.010	-0.086

Tabelle 1: Die Werte der Parameter z_i und y_i von Gl. (2.141) für verschiedene Werte von μ und m_t ; $M_W = 80$ GeV, $m_b = 4.6$ GeV, $m_c = 1.4$ GeV und $\Lambda = 0.2$ GeV.

Im Zusammenhang mit Tabelle 1 ergeben sich die folgenden auffallenden Eigenschaften von Gl. (2.140) und (2.141):

- i) $Q_2 - Q_1$ transformiert sich wie ein reiner $I = 1/2$ Operator, während $Q_1 + Q_2$ einen $I = \frac{3}{2}$ Anteil aufweist. Dies ist analog zu den Operatoren O_c^- und O_c^+ von Gl. (2.136); das Verhältnis der Koeffizienten von $Q_2 - Q_1$ und $Q_2 + Q_1$ stellt in guter Näherung die Verstärkung $\Delta I = 1/2$ Amplituden ohne Berücksichtigung von "Pinguin"-Operatoren dar.
- ii) Die Koeffizienten z_3, z_5, z_6 sind um etwa eine Größenordnung kleiner als z_1 und z_2 , dies bedeutet $(\text{Re } C_1, \text{Re } C_2) \gg (\text{Re } C_i \text{ } i \neq 1, 2)$. Außerdem zeigen die Koeffizienten z_i nur eine schwache Abhängigkeit von m_t , hingegen eine starke Änderung unter Variation von μ .
- iii) Der Imaginärteil $\text{Im } C_6$ ist um etwa einen Faktor 2 größer als $\text{Im } C_1$ und $\text{Im } C_5$. Die Gleichung $\text{Im } C_1 = -\text{Im } C_2$ rührt von der Tatsache, daß $C_1 + C_2$ proportional zum Koeffizienten eines Operators ist, der sich rein wie $I = 3/2$ transformiert und daher keine Mischung mit "Pinguin" Operatoren (reine $I = 1/2$ Operatoren) aufweist, welche den π -Term in Gl. (2.141) hervorrufen. Während y_3 und y_5 nur relativ schwache Abhängigkeit vom Subtraktionspunkt aufweisen, ändert sich y_6 sowohl unter Variation von μ als auch von m_t beträchtlich.
- iv) Hinsichtlich der Zerfälle $K \rightarrow \pi\pi$ lassen sich Argumente angeben^(52,64), daß die Matricelemente der Operatoren Q_5 und Q_6 , die Helizitätsstruktur $(V-A) (V+A)$ aufweisen, um mehr als eine Größenordnung gegenüber den Operatoren Q_1, Q_2 und Q_3 verstärkt sind, die $(V-A) (V-A)$ Struktur aufweisen. In der Näherung der Vakuumeinsetzung gilt zudem $\langle \pi\pi | Q_6 | K \rangle = 3 \langle \pi\pi | Q_5 | K \rangle$.
- v) Aus ii) - iv) folgt, daß der Realteil von $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{AS}} = 1$ durch die Operatoren Q_1, Q_2 und Q_6 dominiert wird, während der Imaginärteil seinen Hauptbeitrag vom Operator Q_6 erhält. Dieses Ergebnis werden wir bei unseren Überlegungen zum Parameter ξ' heranziehen.
- vi) Der effektive Hamiltonoperator Gl. (2.140) wurde in der führenden logarithmischen Näherung berechnet; es ist daher wichtig zu untersuchen,

wie groß Beiträge der nächsten Ordnung werden können. Bisher wurden nur die Korrekturen zu den Koeffizientenfunktionen von O_6^+ in der nächsten Ordnung (zur führenden logarithmischen) berechnet⁽⁶⁵⁾; im $\overline{MS}$ Schema⁽⁶⁶⁾ ergaben sich auf diese Weise nur kleine Korrekturen.

Insbesondere hinsichtlich einer Diskussion der Unsicherheiten bei der theoretischen Analyse des Verhältnisses ϵ'/ϵ wird sich die Darstellung des effektiven Hamiltonoperators $\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S = 1}$ Gl. (2.140) (Tab. I) in der Basis multiplikativ renormierbarer Operatoren⁽⁶¹⁾ als äußerst hilfreich erweisen. Da sich nämlich die Operatoren Q_i in Gl. (2.140) unter Renormierung mischen, kompensiert sich die μ -Abhängigkeit der Koeffizientenfunktionen C_i gegen die der Matrixelemente von O_i nicht Term für Term, sondern nur in der vollständigen Summe. Speziell bei der Analyse der CP-Verletzung wird jedoch üblicherweise nur der Operator Q_6 berücksichtigt, weil sich für $\text{Im } C_6$ ein beträchtlich größerer Wert als für $\text{Im } C_i$ ($i \neq 6$) ergibt und weil das zugehörige Matrixelement von Q_6 gegenüber den restlichen Matrixelementen verstärkt ist. Die μ -Abhängigkeit der Amplitude $\text{Im } C_6 \cdot \langle \pi\pi | Q_6 | K \rangle$ bewirkt eine weitere Unsicherheit neben der bei der Berechnung des hadronischen Matrixelements.

Λ_4 [GeV]	m_t [GeV]	$\tilde{z}_1$ $\tilde{y}_1 \cdot 10^3$	$\tilde{z}_2$ $\tilde{y}_2 \cdot 10^3$	$\tilde{z}_3$ $\tilde{y}_3 \cdot 10^3$	$\tilde{z}_4$ $\tilde{y}_4 \cdot 10^3$	$\tilde{z}_5$ $\tilde{y}_5 \cdot 10^3$
0.1	30	-0.197	1.25	0.0175	0.362	0.126
		-9.53	-4.62	0.590	0	-1.56
	40	-0.197	1.25	0.0176	0.362	0.126
		-10.31	-4.94	0.621	0	-1.63
	60	-0.197	1.25	0.0176	0.362	0.126
		-11.39	-5.37	0.662	0	-1.73
0.2	30	-0.166	1.21	0.0159	0.370	0.135
		-10.10	-5.28	0.754	0	-2.07
	40	-0.166	1.21	0.0159	0.370	0.135
		-10.91	-5.62	0.789	0	-2.16
	60	-0.166	1.21	0.0159	0.370	0.135
		-12.02	-6.08	0.834	0	-2.26

Tabelle 2: Die Parameter $\tilde{z}_k$ und $\tilde{y}_k$ für verschiedene Werte von Λ_4 und m_t .

$m_b = 4.6$ GeV und $m_c = 1.4$ GeV.

Λ_4 [GeV]	μ [GeV]	$\alpha_3(\mu^2)$	$\alpha_3^{\tau_1}$	$\alpha_3^{\tau_2}$	$\alpha_3^{\tau_3}$	$\alpha_3^{\tau_4}$	$\alpha_3^{\tau_5}$
0.1	0.5	0.49	0.57	0.74	1.09	1.17	1.23
	0.75	0.38	0.46	0.67	1.12	1.24	1.33
	1.	0.33	0.41	0.63	1.14	1.28	1.39
0.2	0.5	0.90	0.92	0.96	1.01	1.02	1.03
	0.75	0.59	0.66	0.80	1.06	1.12	1.17
	1.	0.48	0.55	0.73	1.09	1.18	1.25

Tabelle 3: $\alpha_s(\mu^2)$ und die Faktoren $\{\alpha_s(\mu^2)\}^{\tau_k}$ für verschiedene Werte von Λ_4 und μ .

Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 1$ Übergänge lautet in der diagonalen Basis: ⁽⁶¹⁾

$$H_{\text{eff}}^{\Delta S=1} = - \frac{G_F}{\sqrt{2}} s_1 c_1 c_3 \sum_{k=1}^5 \tilde{R}_k \tilde{O}_k [\alpha_s(\mu^2)]^{\tau_k} \quad (2.142)$$

mit den Koeffizientenfunktionen

$$\tilde{R}_k = \tilde{x}_k + \tau \tilde{y}_k \quad (2.143)$$

Die Parameter $\tilde{z}_k$ und $\tilde{y}_k$ sind Funktionen von M_W , m_t , m_b , m_c und Λ_{QCD} . Wir geben ihre numerischen Werte in Tab. 2⁽⁶¹⁾ an. Die diagonalen Operatoren $\tilde{Q}_K$ sind Linearkombinationen der Operatoren Q_i , die in Gl. (2.139) definiert wurden:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_1 &= -0.215 (Q_2 - Q_1) - 0.064 Q_3 + 0.036 Q_5 + Q_6 \\ \tilde{Q}_2 &= Q_2 - Q_1 - 0.043 Q_3 + 0.026 Q_5 + 0.070 Q_6 \\ \tilde{Q}_3 &= 0.052 (Q_2 - Q_1) + 0.165 Q_3 + Q_5 - 0.356 Q_6 \\ \tilde{Q}_4 &= Q_1 + \frac{2}{3} Q_2 - \frac{1}{3} Q_3 \\ \tilde{Q}_5 &= 0.602 (Q_2 - Q_1) + Q_3 - 0.202 Q_5 + 0.152 Q_6 \end{aligned} \quad (2.144)$$

$\alpha_3(\mu^2)$ bezeichnet die effektive QCD Kopplungskonstante in einer Theorie mit drei Flavoursorten. Allgemein gilt für eine effektive Theorie mit f Flavoursorten in der 1-Schleifen-Näherung:

$$\alpha_f(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33-2f) \ln(\mu^2/\Lambda_f^2)} \quad (2.145)$$

mit dem QCD Λ -Parameter Λ_f für eine Theorie mit f Flavorfreiheitsgraden. Zwischen den verschiedenen Parametern Λ_f existieren die folgenden Zusammenhänge⁽⁶⁷⁾:

$$\Lambda_4 = \Lambda_3 \left(\frac{\Lambda_3}{m_c} \right)^{2/15} \quad \Lambda_5 = \Lambda_4 \left(\frac{\Lambda_4}{m_b} \right)^{2/13} \quad \Lambda_6 = \Lambda_5 \left(\frac{\Lambda_5}{m_t} \right)^{2/11} \quad (2.146)$$

Nur α_3 taucht explizit in Gl. (2.142) auf; α_6 , α_5 und α_4 werden bei der Berechnung von $\tilde{z}_k$ und $\tilde{y}_k$ benötigt. Die Potenzen r_k schließlich haben die folgenden Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.802 & r_2 &= 0.417 & r_3 &= -0.120 \\ r_4 &= -\frac{2}{9} & r_5 &= -0.298 \end{aligned} \quad (2.147)$$

Der Vorteil dieser Darstellung von $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1}$ liegt darin, daß in der 1-Schleifen-Näherung in α_{QCD} jeder Term in Gl. (2.142) für sich vom Subtraktionspunkt μ unabhängig ist, die μ -Abhängigkeit der Operatoren $\tilde{O}_K$ lautet daher einfach $[\alpha_3(\mu^2)]^{-r_K}$; die numerischen Werte der Faktoren $[\alpha_3(\mu^2)]^{r_K}$ werden in Tab. 3 angegeben.

In Analogie zur Diskussion des effektiven Hamiltonoperators Gl. (2.140) wollen wir auch hier einige Bemerkungen zum numerischen Ergebnis Gl. (2.142) und Tab. 2 anführen⁽⁶¹⁾:

- i) Da unter den Parametern $\tilde{y}_K$, $\tilde{y}_1$ dominant ist und, wie wir sehen werden, das Matrixelement M_1 bei weitem überwiegt, läßt sich der Anteil von $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1}$, der für die Diskussion der CP-Verletzung relevant ist, mit einer Genauigkeit von 10 % durch den folgenden Ausdruck beschreiben:

$$\text{Im } \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} s_1 s_2 s_3 s_4 \tilde{y}_1 \tilde{Q}_1 [\alpha_3(\mu^2)]^{r_1} \quad (2.148)$$

in der phänomenologischen Analyse (Kap. 2.5) wurde jedoch der volle Ausdruck verwendet.

- ii) Die Parameter $\tilde{\alpha}_i$ sind praktisch unabhängig von m_t ; andererseits nehmen die Absolutbeträge von $\tilde{y}_i$ mit m_t langsam zu.
- iii) Die stärkste μ - und Λ -Abhängigkeit zeigt sich in Tab. 3 für $[\kappa_3(\mu^2)]^{1/2}$.
- iv) Aus Gl. (2.144) läßt sich ablesen, daß nur $\tilde{Q}_4 = \frac{5}{6} (Q_1 + Q_2) + \frac{1}{6} (Q_1 - Q_2) - \frac{1}{3} Q_3$ zu $\Delta I = \frac{3}{2}$ Übergängen beitragen kann. Wegen $\tilde{y}_4 = 0$ ist die Amplitude $A_2 = A(K^0 \rightarrow \pi\pi (I=2))$ reell. Ein Nichtverschwinden von $\text{Im } A_0$ ist hiermit gleichbedeutend mit $\epsilon' \neq 0$.

Wir beenden diesen Abschnitt mit einer kurzen Bemerkung hinsichtlich möglicher Beiträge durch elektromagnetische "Penguin"-Diagramme, ⁽⁶⁸⁾ bei denen an Stelle eines Gluons in Fig. (4) ein Photon ausgetauscht wird. Diese Beiträge führen zu lokalen Operatoren, die sich wie $(8_L, 8_R)$ unter $SU(3)_L \times SU(3)_R$ transformieren; ihre Matrixelemente für den Zerfall $K \rightarrow \pi\pi$ verschwinden daher nicht im chiralen Limes $m_u, m_d, m_s \rightarrow 0$. Es ist daher nicht ausgeschlossen, daß sich auf diese Weise trotz der Unterdrückung durch den Faktor $\alpha_{em}/\alpha_s (m_t^2)$ merkliche Beiträge zu ϵ' ergeben. Die Berücksichtigung von elektromagnetischen "Penguin" Operatoren in $\chi_{eff}^{\Delta S=1}$ Gl. (2.140) führt zu der folgenden Erweiterung:

$$\chi_{eff}^{\Delta S=1} = - \frac{G_F}{f^2} s_1 c_1 c_3 \sum_{k \neq 4} c_k Q_k \quad (2.140')$$

mit

$$\begin{aligned} Q_7 &= (s_\alpha d_\alpha)_{V-A} \left[(\bar{u}_\beta u_\beta) - \frac{1}{2} (\bar{d}_\beta d_\beta) - \frac{1}{2} (\bar{s}_\beta s_\beta) \right]_{V+A} \\ Q_8 &= (\bar{s}_\alpha d_\beta)_{V-A} \left[(\bar{u}_\beta u_\alpha) - \frac{1}{2} (\bar{d}_\beta d_\alpha) - \frac{1}{2} (\bar{s}_\beta s_\alpha) \right]_{V+A} \end{aligned} \quad (2.149)$$

und den numerischen Werten von C_7 und C_8 in Tab. 4.

Die Imaginärteile von C_7 und C_8 liefern einen Beitrag zum Imaginärteil von A_2 und somit zu ϵ' :

$$|\epsilon'| = \frac{G_F}{2} \alpha_s s_1 c_1 s_2 s_3 s_8 \left| \frac{\langle \pi\pi (I=2) | \tilde{C}_7(r) Q_7(r) + \tilde{C}_8(r) Q_8(r) | K^0 \rangle}{A^0} \right| \quad (2.150)$$

Λ_7^2	C_7	C_8
0.01 GeV ²	(0.037 - 0.067) α_s	(0.008 - 0.11) α_s
0.1 GeV ²	(0.025 - 0.048) α_s	(0.004 - 0.06) α_s

Tabelle 4: Die Koeffizienten der Operatoren Q_7 und Q_8 im $(8_L, 8_R)$ Anteil des effektiven Hamiltonoperators für nichtleptonische $\Delta S = 1$ Zerfälle.

mit $\text{Im } C_j = \tilde{C}_j \alpha_s c_2 s_1^2 s_3 / c_1 c_3$.

Im Gegensatz hierzu ist der Beitrag zum Imaginärteil von A_0 in $\mathcal{E}'$ durch einen Faktor $|A_2 / A_0|$ unterdrückt.

2.4.2 Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta S = 2$ Übergänge

Wir beschäftigen uns in diesem Abschnitt mit der Berechnung des Matrixelements M_{12} (s. Gl. (2.54)) im Rahmen des Standardmodells. Die grundlegenden Feynman-Diagramme, die zu $\chi_{\text{eff}}^{\Delta S = 2}$ beitragen und die in Fig. 6 dargestellt sind, sind die berühmten "box"-Diagramme⁽⁶⁹⁾, die häufig im Zusammenhang mit der K_L - K_S Massendifferenz diskutiert wurden. Im Grenzfall gleicher Quarkmassen $m_u = m_c = m_t$ verschwindet die Summe dieser Diagramme (ebenso wie die Summe der "Pinguin"-Diagramme) aufgrund des verallgemeinerten GIM Mechanismus⁽⁷⁰⁾; für $m_t \gg m_c \gg m_u$ treten jedoch nichtverschwindende Beiträge auf.

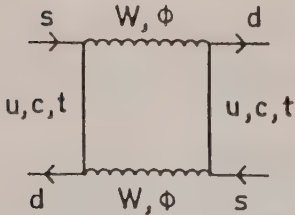


Fig. 6:

Das "box"-Diagramm. ϕ bezeichnet Beiträge von nichtphysikalischen Higgsfreiheitsgraden. Das um 90° gedrehte Diagramm ist nicht dargestellt.

Die Ermittlung von M_{12} erfordert die Berechnung dieser Diagramme unter Berücksichtigung des Gluonaustauschs zwischen den Quarks; hierbei liegen die

Quarks $\bar{s}d$ und $s\bar{d}$ als Bindungszustände innerhalb der Wellenfunktionen K^0 und $\bar{K}^0$ vor. In diesem Abschnitt betrachten wir die Kurzstanzbeiträge zu $\chi_{\text{eff}}^{\Delta S=2}$ und die QCD-Korrekturen.

Der effektive Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=2}$ lautet in der Näherung freier Quarks - zunächst ohne Berücksichtigung von QCD Effekten - (71,72):

$$\chi_{\text{eff}}^{\Delta S=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \sum_{i,j=u,c,t} \bar{\lambda}_i \lambda_j A_{ij}(x_i, x_j) \left(\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1-\gamma_5) d_\alpha \right) \left(\bar{s}_\rho \gamma^\mu (1-\gamma_5) d_\rho \right) \quad (2.151)$$

$$\lambda_i = V_{id}^* V_{is}$$

mit den Elementen V_{ik} der K-M-Matrix Gl. (2.13). Die Dynamik ist in den Koeffizienten A_{ij} enthalten, die von den Massenverhältnissen x_i abhängen.

$$x_i = \frac{m_i^2}{M_W^2} \quad i = u, c, t \quad (2.152)$$

Für $i \neq j$ läuft nur eine einzige Sorte von Quarks mit Ladung $\frac{2}{3}$ in der Schleife und es gilt:

$$A_{ii} = \frac{x_i}{(1-x_i)^2} \left[3 - \frac{19}{4} x_i + \frac{1}{4} x_i^2 \right] + 2 \left[1 - \frac{3x_i^2}{4(1-x_i)} \right] \frac{x_i \ln x_i}{(1-x_i)^2} \quad (2.153)$$

Für $i = j$ hängt A_{ij} von zwei Massenverhältnissen ab:

$$A_{ij} = \frac{x_i + x_j - \frac{1}{4} x_i x_j}{(1-x_i)(1-x_j)} + \frac{1}{x_i - x_j} \left[\frac{x_i^2 (1-2x_j + \frac{1}{4} x_i x_j)}{(1-x_i)^2} \ln x_i - i \leftrightarrow j \right] \quad (2.154)$$

In der Näherung $x_i \ll 1$ vereinfachen sich diese Funktionen:

$$A_{ii} \longrightarrow 3x_i + 2x_i \ln x_i \quad (2.155)$$

und

$$A_{ij} \longrightarrow x_i + x_j + \frac{1}{x_i - x_j} [x_i^2 \ln x_i - x_j^2 \ln x_j] \quad (2.156)$$

Verwenden wir die Unitarität der K-M-Matrix

$$\sum_{i=u,c,t} \lambda_i = \sum_i V_{id}^* V_{is} = 0 \quad (2.157)$$

so läßt sich in Gl. (2.151) einer der Parameter λ_i eliminieren. Für die Diskussion von QCD-Korrekturen erweist es sich als sinnvoll, λ_u durch $-\lambda_c - \lambda_t$ zu ersetzen:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \{ & \lambda_c^2 S(x_c, x_c) + \lambda_t^2 S(x_t, x_t) \\ & + 2\lambda_t \lambda_c S(x_c, x_t) \} (S_\alpha \gamma_\mu (1-\gamma_5) d_\alpha) (\bar{S}_\beta \gamma^\mu (1-\gamma_5) d_\beta) \end{aligned} \quad (2.158)$$

mit

$$S(x_i, x_j) = A_{uu} - A_{ui} - A_{uj} + A_{ij} \quad (2.159)$$

Im Grenzfall $x_u = 0$, $x_i \ll 1$ ergibt sich

$$S(x_c, x_c) \rightarrow x_c \quad S(x_t, x_t) \rightarrow x_t \quad S(x_c, x_t) \rightarrow x_c \ln \frac{x_t}{x_c} \quad (2.160)$$

Der effektive Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=2}$ weist somit einen Realteil auf, der zur $K_L - K_S$ Massendifferenz beiträgt und einen Imaginärteil, der im System $K^0 - \bar{K}^0$ CP Verletzung induziert.

Betrachten wir den Kurzstanz-Beitrag zu $\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=2}$, der von Quarks mit Ladung $2/3$ herrührt, die viel schwerer als die Masse des W-Bosons sind. Die Koeffizientenfunktionen A_{ii} und A_{ij} , die unter Berücksichtigung der exakten Massenabhängigkeit der Propagatoren berechnet wurden, zeigen sofort, daß schwere Quarks Beiträge hervorrufen, die proportional zu ihrem Massenquadrat sind; z.B. für $M_T^2 \gg M_W^2$,

$$A_{TT} \longrightarrow \frac{1}{4} \frac{M_T^2}{M_W^2} + \frac{3}{2} \ln \frac{M_T^2}{M_W^2} \quad (2.160)$$

Dies ist ein weiterer Fall⁽³⁾, in dem ultraschwere Fermionen im Standardmodell nicht entkoppeln. Nimmt man jedoch die Erzeugung der Quarkmassen durch ein einziges Higgsdublett ernst, so würde dies für derart schwere Quarks eine Yukawa-Kopplung implizieren, deren Größe auf ein Zusammenbrechen der Strömungstheorie hinauslaufen würde. Außerdem ist der Beitrag hyper-schwerer Quarks mit dem Faktor λ_T^2 zu multiplizieren, der wegen der Unitarität der KM-Matrix sehr klein ist.

Die Berücksichtigung von QCD-Korrekturen wird hier etwas kompliziert durch die Tatsache, daß 1-Schleifen-Diagramme den Ausgangspunkt bilden im Gegensatz zu $\kappa_{\text{eff}}^{\Delta S = 1}$, wo die relevanten Beiträge durch "tree"-Diagramme beschrieben wurden. Analog zum Vorgehen bei $\kappa_{\text{eff}}^{\Delta S = 1}$ werden auch hier Schritt für Schritt das W-Feld und die Quarkfelder t, b und c als schwer betrachtet und aus dem effektiven Hamiltonoperator eliminiert. Das Endergebnis ist relativ einfach und lautet:

$$\kappa_{\text{eff}}^{\Delta S = 2} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} \left\{ \eta_1 \lambda_c^2 S(x_c, x_c) + \eta_2 \lambda_t^2 S(x_t, x_t) + \eta_3 \lambda_c \lambda_t S(x_c, x_t) \right\} (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\alpha) (\bar{s}_\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_\beta) [\alpha_s(\mu^2)]^{-6/27} \quad (2.161)$$

In Abwesenheit von QCD-Effekten gilt für die Koeffizienten $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1 = [\alpha_s(\mu^2)]^{-6/27}$; üblicherweise treten die folgenden Werte auf $\eta_1 \approx 0.8$, $\eta_2 \approx 0.6$ und $\eta_3 \approx 0.4$ ^(44,67). Hierbei wurde Gl. (2.161) bereits in manifest von μ unabhängiger Weise angegeben ⁽⁴⁴⁾, d.h. die Koeffizienten η_i und das Produkt $(\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_\alpha) (\bar{s}_\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_\beta) [\alpha_s(\mu^2)]^{-6/27}$ hängen getrennt voneinander nicht vom Subtraktionspunkt ab. Außerdem sind die bei der Berechnung von η_i benötigten Quarkmassen m_i definiert als die effektiven Quarkmassen am Punkt m_1 , d.h. $m_i = m_i(m_1^2)$. Das Verhalten der Koeffizienten η_i unter Änderung der Quarkmassen und der QCD-Skala Λ_{QCD} läßt sich aus den Tabellen 5) und 6) entnehmen. Während η_2 und η_3 stabil sind unter Variation von m_c , m_b und Λ_{QCD} , ist η_1 im wesentlichen unabhängig von m_b und m_t ; η_1 zeigt jedoch eine starke Abhängigkeit von Λ und m_c .

m_t	25	35	50	80
η_2	0.59	0.60	0.61	0.62
η_3	0.41	0.39	0.38	0.36

Tabelle 5: Die Werte von η_2 und η_3 für verschiedene Werte von m_t ; $m_c = 4.6 \text{ GeV}$ und $\Lambda = 200 \text{ MeV}$

m_c	100	200	300
1.3	0.75	0.88	1.06
1.4	0.71	0.85	1.01
1.6	0.69	0.80	0.93
1.7	0.68	0.78	0.90

Tabelle 6: Die Werte von η_1 für verschiedene Werte von m_c und Λ ; $m_b = 4.6$ GeV und $m_t = 35$ GeV.

2.4.3 Das "Pinguin"-Matrizelement

In diesem Abschnitt stellen wir einige Überlegungen zur Abschätzung des Matrizelements $\mathcal{M} = \langle \pi\pi (I=0) | Q_6 | K^0 \rangle$ vor, das in die Berechnung des Verhältnisses ϵ'/ϵ eingeht und im Zusammenhang mit der $\Delta I = 1/2$ Regel eine Rolle spielt. Details dieser Rechnungen finden sich in den Referenzen (52-57, 62, 74-81) und in 2.4.1.

Das übliche Vorgehen besteht darin, für den Imaginärteil von $\mathcal{M}_{\text{eff}}^{\Delta S=1}$ (der hauptsächlich durch die "Pinguin"-Operatoren hervorgerufen wird) die folgende Näherung vorzunehmen (74,75,44):

$$\text{Im } \mathcal{M}_{\text{eff}}^{\Delta S=1} \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} s_1 s_2 c_2 s_3 s_8 \gamma_6 Q_6 \quad (2.162)$$

mit dem Koeffizienten $\gamma_6 \approx -0.1$ aus Tab. 1, Gl. (2.141), der jedoch starke Abhängigkeit vom Renormierungspunkt aufweist. Die Größe $\xi = \text{Im } A_0 / \text{Re } A_0$ ist dann gegeben durch

$$\xi = \frac{\text{Im } \langle \pi\pi (I=0) | \mathcal{M}_{\text{eff}}^{\Delta S=1} | K^0 \rangle}{\text{Re } A_0} \approx H s_3 c_2 s_3 s_8 \quad (2.163)$$

mit

$$H = \frac{G_F s_1}{\sqrt{2} \text{Re } A_0} \gamma_6 \langle \pi\pi (I=0) | Q_6 | K^0 \rangle \quad (2.164)$$

Die Rechnungen in Ref. (74) und (75) ergeben $\mathcal{M} = 1.4 \text{ GeV}^3$ und 1.0 GeV^3 ; dies bedeutet $H = -0.54$ bzw. $H = -0.41$; dies ist zu vergleichen mit den Werten $-0.23 > H > -0.52$ ⁽⁵⁵⁾ und $H = -1.0$ ⁽⁵²⁾ in früheren Arbeiten. I. Donoghue⁽⁷⁶⁾ erhält die folgenden Bereiche:

$$-0.11 > H > -0.42 \text{ (Vakuumeinsetzung)} \quad (2.165)$$

$$-0.13 > H > -0.33 \text{ ("bag" Modell)} \quad (2.166)$$

Für die Abschätzung von $\mathcal{M}$ sind offensichtlich nichtperturbative Methoden erforderlich; da Q_6 jedoch die Struktur $(V-A) \times (V+A)$ aufweist, sollten diese Abschätzungen verlässlicher sein als für Operatoren der Form $(V-A) \times (V-A)$, die bei der Bestimmung des "bag"-Faktors (B) auftreten. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß sich bei der Berechnung von $\mathcal{M}$ (im Gegensatz zu B) auftretende große Beiträge nicht gegenseitig wegheben.

Nachfolgend diskutieren wir einige Unsicherheiten, die das Ergebnis der Abschätzung von H beeinflussen. Die erste Bemerkung betrifft das Matrixelement $\mathcal{M}$ des "Pinguin"-Operators.

Die Berechnung dieses Matrixelements weist hauptsächlich deshalb Unsicherheiten auf, weil die korrekten hadronischen Wellenfunktionen nicht bekannt sind. Abschätzungen erfolgen durch Anwendung der Vakuumsaturation⁽⁷⁶⁾ oder mittels einer Kombination von "soft"-Pion-Reduktion (PCAC) und Rechnungen in Quarkmodellen^(77,78) ("bag"-Modell, Oszillatormodell). Zur Charakterisierung der auftretenden Unsicherheit wird oft der Parameter B'_K verwendet, der folgendermaßen definiert ist:

$$B'_K = \mathcal{M} / (1 \text{ GeV}^3) \quad (2.167)$$

$$= H \sqrt{2} \, R_0 \, A_0 / (G_F s_1 \gamma_4) / (1 \text{ GeV}^3)$$

Mit⁽⁶⁾

$$A_0 = 4.71 \times 10^{-4} \text{ MeV} \quad (2.168)$$

$$A_2 = 0.21 \times 10^{-4} \text{ MeV} \quad (2.169)$$

lassen sich die oben angegebenen Werte für H leicht in solche für B'_K umrechnen:

H	-1.00	-0.40	-0.54	$-0.25 < H < -0.50$
B'_K	2.43	0.97	1.31	$0.61 < B'_K < 1.22$

Tabelle 7: Die Umrechnung von H in B'_K

Um den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Untersuchungen klar zu machen, erweist es sich als sinnvoll, an dieser Stelle eine weitere Linearkombination der Operatoren Q_i anzugeben, die oft bei der Abschätzung von "Pinguin"-Beiträgen verwendet wird:

$$O_1 = (\bar{d}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta s_\beta)_{V-A} - (\bar{d}_\alpha s_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta u_\beta)_{V-A}$$

$$O_2 = (\bar{d}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta s_\beta)_{V-A} + (\bar{d}_\alpha s_\alpha)_{V-A} \{ (\bar{u}_\beta u_\beta)_{V-A} + 2 (\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A} + 2 (\bar{s}_\beta s_\beta)_{V-A} \}$$

$$O_3 = (\bar{d}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta s_\beta)_{V-A} + (\bar{d}_\alpha s_\alpha)_{V-A} \{ (\bar{u}_\beta u_\beta)_{V-A} + 2 (\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A} - 3 (\bar{s}_\beta s_\beta)_{V-A} \} \quad (2.170)$$

$$O_4 = (\bar{d}_\alpha u_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta s_\beta)_{V-A} + (\bar{d}_\alpha s_\alpha)_{V-A} \{ (\bar{u}_\beta u_\beta) - (\bar{d}_\beta d_\beta) \}_{V-A}$$

$$O_5 = (\bar{d}_\alpha t^i_{\alpha\beta} s_\beta)_{V-A} \{ (\bar{u}_\gamma t^i_{\gamma\delta} u_\delta) + (\bar{d}_\gamma t^i_{\gamma\delta} d_\delta) + (\bar{s}_\delta t^i_{\gamma\delta} s_\delta) \}_{V+A}$$

$$O_6 = (\bar{d}_\alpha s_\alpha)_{V-A} \{ (\bar{u}_\beta u_\beta) + (\bar{d}_\beta d_\beta) + (\bar{s}_\beta s_\beta) \}_{V+A}$$

Hiermit gilt:

$$Q_1 = -\frac{1}{2} O_1 + \frac{1}{10} O_2 + \frac{1}{15} O_3 + \frac{1}{3} O_4$$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= \frac{1}{2} O_1 + \frac{1}{10} O_2 + \frac{1}{15} O_3 + \frac{1}{3} O_4 \\
 Q_3 &= \frac{1}{2} (O_2 - O_4) \\
 Q_5 &= O_6 \\
 Q_6 &= \frac{1}{2} O_5 + \frac{1}{3} O_6
 \end{aligned} \tag{2.171}$$

Werden die Matrixelemente zwischen Farbsingulettzuständen ausgewertet, so gilt die Beziehung:

$$O_6 = \frac{3}{16} O_5 \tag{2.172}$$

und daher

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M} &= \langle \pi\pi (I=0) | Q_6 | K^0 \rangle = \frac{9}{16} \langle \pi\pi (I=0) | O_5 | K^0 \rangle \\
 &= 3 \langle \pi\pi (I=0) | O_6 | K^0 \rangle
 \end{aligned} \tag{2.173}$$

Der Grund dafür, daß man für die Matrixelemente (zwischen pseudoskalaren Zuständen, z.B. $K \rightarrow \pi\pi$) der Operatoren O_5 und O_6 größere Werte als für die Operatoren O_i , $i = 1, \dots, 4$ erwartet, besteht darin, daß die Fierz-Transformation eine chirale Struktur $(V-A) \times (V+A)$ in $(S+P) \times (S-P)$ überführt, während Operatoren der Form $(V-A) \times (V-A)$ unverändert bleiben.

Die Methode der Vakuumeinsetzung⁽⁷⁶⁾ besteht darin, Matrixelemente, die vier Quarkfelder aufweisen, dadurch zu berechnen, daß die Amplituden in ein Produkt aus zwei Matrixelementen aufgespalten werden, indem man den Vakuumzustand in allen denkbaren Weisen zwischen die Quarkbilinearen einsetzt. Unter Annahme der $SU(3)$ -Invarianz lauten die erforderlichen 2-Quark-Matrixelemente:

$$\begin{aligned}
 \langle \pi^+(q) | \bar{u} \gamma_\mu s | \bar{K}^0(k) \rangle &= (k+q)_\mu \\
 \langle \pi^-(q) | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u | 0 \rangle &= i \sqrt{2} F_\pi q_\mu \\
 \langle \pi^+(q_+) \pi^0(q_0) | \bar{u} \gamma_\mu d | 0 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (q_+ - q_0)_\mu \\
 \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 s | \bar{K}^0(k) \rangle &= i \sqrt{2} F_\pi k_\mu
 \end{aligned} \tag{2.174}$$

Im Gegensatz hierzu existiert keine Möglichkeit, die Konstanten zu messen, die in die Berechnung der Matrixelemente von skalaren und pseudoskalaren Dichten eingehen. Verwendet man die "soft-Pion" Theoreme (PCAC) und Stromalgebra, so lassen sich diese Matrixelemente folgendermaßen parametrisieren:

$$\begin{aligned}
 \langle \pi^+(q) | \bar{u} s | \bar{K}^0(k) \rangle &= A \left(1 \pm \frac{(k-q)^2}{\Lambda^2} \right) \\
 \langle \pi^-(q) | \bar{d} \gamma_5 u | 0 \rangle &= i \sqrt{2} F_\pi A \left(1 \pm \frac{q^2}{\Lambda^2} \right) \\
 \langle \pi^+(q_+) \pi^0(q_0) | \bar{u} d | 0 \rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} A \left(1 \pm \frac{(q_+ + q_0)^2}{\Lambda^2} \right) \\
 \langle 0 | \bar{d} \gamma_5 s | \bar{K}^0(k) \rangle &= -i \sqrt{2} F_\pi A \left(1 \pm \frac{k^2}{\Lambda^2} \right) \\
 \langle 0 | \bar{d} d | 0 \rangle &= \langle 0 | \bar{s} s | 0 \rangle = -2 F_\pi^2 A
 \end{aligned} \tag{2.175}$$

Betrachtet man die Quarkmassen als Ursache der Brechung der chiralen Symmetrie

$$H_m = m_u \bar{u} u + m_d \bar{d} d + m_s \bar{s} s \tag{2.176}$$

dann gibt A den Zusammenhang zwischen Quark- und Mesonmassen an:

$$\begin{aligned}
 m_\pi^2 &= \langle \pi^+ | H_{mass} | \pi^+ \rangle \\
 m_K^2 &= \langle K | H_{mass} | K \rangle
 \end{aligned} \tag{2.177}$$

und daher:

$$A = \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{m_s - m_d} = \frac{m_\pi^2}{m_u + m_d} = \frac{m_K^2}{m_s + m_u} \quad (2.178)$$

Nach Verwendung der Fierz-Identitäten führt die Vakuumeinsetzung für O_1 für den Übergang $K \rightarrow 2\pi$ zu folgendem Ergebnis:

$$\langle \pi^+(q_+) \pi^-(q_-) | O_1 | \bar{K}^0(k) \rangle = -\frac{i}{3} 2\sqrt{2} F_\pi (k^2 - q_-^2) \quad (2.179)$$

Wir betrachten hier den Operator O_1 , der nur zu $\Delta I = 1/2$ Übergängen beiträgt, um später das Ergebnis mit der Abschätzung für den "Pinguin"-Operator vergleichen zu können. Da die Koeffizienten, die mit O_6 zu multiplizieren sind, typischerweise um einen Faktor 2 kleiner sind als die für $O_5^{(55)}$, hat eine Vernachlässigung von O_6 höchstens eine Unsicherheit von 10 % zur Folge. Die Fierz-Transformation des "Pinguin"-Operators O_5 führt zu Matrixelementen von Operatoren der Struktur $(S-P) \times (S+P)$:

$$\bar{\psi}_i \gamma_\mu (1-\gamma_5) \psi_j \bar{\psi}_k \gamma^\mu (1+\gamma_5) \psi_l = -2 \bar{\psi}_i (1+\gamma_5) \psi_j \bar{\psi}_k (1+\gamma_5) \psi_l \quad (2.180)$$

Das Ergebnis lautet:

$$\begin{aligned} & \langle \pi^+(q_+) \pi^-(q_-) | O_5 | \bar{K}^0(k) \rangle = \\ & = - \left\{ \langle \pi^+(q_+) \pi^-(q_-) | \bar{u}_i \gamma_\mu u_j + \bar{d}_i \gamma_\mu d_j | 0 \rangle \langle 0 | d_k \gamma_\mu \gamma_5 s_l | \bar{K}^0(k) \rangle \right. \\ & \quad + 2 \langle \pi^-(q_-) | \bar{d}_i \gamma_5 u_l | 0 \rangle \langle \pi^+(q_+) | \bar{u}_k s_j | \bar{K}^0(k) \rangle \\ & \quad \left. - 2 \langle \pi^+(q_+) \pi^-(q_-) | \bar{d}_i d_l | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}_k \gamma_5 s_j | \bar{K}^0(k) \rangle \right\} \lambda_{ij}^\dagger \lambda_{kl}^\dagger \end{aligned} \quad (2.181)$$

$$\begin{aligned} & = - \frac{32}{9} \left\{ \langle \pi^-(q_-) | \bar{d} \gamma_5 u | 0 \rangle \langle \pi^+(q_+) | \bar{u} s | \bar{K}^0(k) \rangle \right. \\ & \quad \left. - \langle \pi^+(q_+) \pi^-(q_-) | \bar{d} d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \gamma_5 s | \bar{K}^0(k) \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (2.182)$$

Diese Amplitude verschwindet im Grenzfall verschwindender Impulse; wird die Impulsabhängigkeit in Gl. (2.175) berücksichtigt, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \langle \pi^+ \pi^- | O_5 | \bar{K}^0 \rangle & = \pm \frac{64}{9} \sqrt{2} i F_\pi \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2} (k^2 - q^2) \\ & + O\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right) \end{aligned} \quad (2.183)$$

Ob nun "Pinguin"-Operatoren konstruktiv oder destruktiv zur $\Delta I = 1/2$ Amplitude beitragen, hängt von der Vorzeichenwahl in Gl. (2.183) ab; da jedoch diese Beiträge dazu verwendet werden, die $\Delta I = 1/2$ Regel plausibel zu machen, wird die Möglichkeit destruktiver "Pinguin"-Amplituden meist ausgeschlossen.

Um den Betrag von $\mathcal{M}$ zu bestimmen, müssen die Größen A und Λ abgeschätzt werden. Donoghue⁽⁷⁶⁾ erhält die folgenden Bereiche:

$$\begin{aligned} A &\approx 670 - 800 \text{ MeV} & A &= 430 \text{ MeV ("bag" Modell)} \\ \Lambda &\approx 700 - 1000 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (2.184)$$

Λ ist die Skala, die die Impulsabhängigkeit des chiralen Amplituden beherrscht; sie wird von SVZ⁽⁵²⁾ zu $\Lambda \approx m_\sigma \approx 700 \text{ MeV}$ angenommen. Mit Hilfe dieser einfachen Abschätzung finden wir:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &\approx 4\sqrt{3} F_\pi \frac{A^2}{\Lambda^2} (m_K^2 - m_\pi^2) \\ &\approx 0.10 - 0.30 \end{aligned} \quad (2.185)$$

und hiermit $-0.06 > H > -0.17$.

Zum Vergleich geben wir den Beitrag von O_1 zu $\mathcal{M}$ an, der sich mit Hilfe von Gl. (2.179) berechnen läßt: $\mathcal{M}^{O_1} \approx 0.023$. Zu beachten ist, daß die Imaginärteile der Koeffizienten zu O_1 und O_5 von der gleichen Größenordnung sind. Hierbei wurden die Werte $y_6 = -0.1$ und $F_\pi = 93 \text{ MeV}$ verwendet. Dieses Ergebnis zeigt, daß der Wert $H = -1.0$ ⁽⁵²⁾ wohl unrealistisch hoch ist; andererseits bedeutet dies, daß die Verstärkung des "Pinguin"-Matrixelements nicht ausreichend ist, um die $\Delta I = 1/2$ Regel zu erklären [F9].

Eine weitere Bemerkung betrifft Methoden, die zunächst mit Hilfe des "soft"-Pion-Theorems das Matrixelement $\mathcal{M}$ in $\langle \pi | :O_5: | K \rangle$ überführen und anschließend dieses reduzierte Matrixelement z.B. in verschiedenen Quarkmodellen (110, "bag")⁽⁷⁹⁾ berechnen. Zu beachten ist hierbei, daß die Amplitude für den physikalischen Prozeß $K \rightarrow 2\pi$ durch das Matrixelement $\langle 2\pi | :O_5: | K \rangle$ gegeben ist - mit dem Operator O_5 in Normalordnung $:O_5:$. Die bilinearen

Terme, die in der Wick-Entwicklung von O_5 enthalten sind, müssen über die Definition der Zustände reabsorbiert werden, so daß nur $:O_5:$ einen physikalischen Prozeß beschreibt. Glücklicherweise gilt jedoch

$$\langle 2\pi | :O_5: | K \rangle = \langle 2\pi | O_5 | K \rangle \quad (2.186)$$

Für $\Delta S = 1$ - Übergänge erhält man nämlich:

$$:O_5: = O_5 + \frac{32}{9} \left\{ \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle : \bar{d}(1-\gamma^5)s : + \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle : \bar{d}(1+\gamma^5)s : \right\} \quad (2.187)$$

Im $SU(3)$ -Limes gilt die Gleichung $\langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle$ und daher

$$:O_5: = O_5 + \frac{64}{9} \langle 0 | \bar{\psi}\psi | 0 \rangle : \bar{d}s : \quad (2.188)$$

Da der bilineare Operator die Parität erhält, trägt er zum Zerfall $K \rightarrow 2\pi$ nicht bei; verwendet man jedoch zur Abschätzung das Matricelement $\langle \pi | :O_5: | K \rangle$, so ist dieser Term zu berücksichtigen. Im Grenzfall exakter $SU(3) \times SU(3)$ -Symmetrie verschwindet sogar das Matricelement $\langle \pi | O_5 | K \rangle$ ⁽⁸²⁾, so daß die Amplitude nur noch vom bilinearen Anteil hervorgerufen wird. Für den Beitrag des "Penguin"-Operators zum Zerfall $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ erhalten wir daher:

$$A^{(in)}(K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \kappa \frac{1}{F_\pi \sqrt{2}} \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} s_1 s_3 c_1 \right) \cdot c_5 \left\{ \langle \pi^+ | O_5 | K^+ \rangle - \frac{32}{9} \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{s}_L(1+\gamma^5)d_L | K^+ \rangle \right\} \quad (2.189)$$

κ bezeichnet einen Fortsetzungsfaktor, der den Zusammenhang zwischen "soft-Pion" Limes und der Amplitude bei physikalischem π -Impuls beschreibt:

$$\kappa = \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{k^2} \quad (2.190)$$

(ohne Fortsetzung gilt $\kappa = 1/2$) mit dem Viererimpuls k der Teilchen in der $K-\pi$ Amplitude. Setzt man $k^2 = m_K^2$, so ergibt sich $\kappa = 0.923$ ⁽⁸⁰⁾. Mit Hilfe von Summenregeln für Hadronzustände haben Bilić und Guberina⁽⁸⁰⁾ obere Schranken für die $K-\pi$ Übergangsamplitude berechnet; unter Berücksichtigung des Beitrags der bilinearen Anteile in $:O_5:$ ergaben sich obere

Grenzen für das "Pinguin"-Matrizelement $\mathcal{M}$, die um eine Größenordnung kleiner sind als die Abschätzungen in Quarkmodellen. Zudem trägt bei diesen Rechnungen der "Pinguin"-Anteil destruktiv zur Amplitude bei, so daß die $\Delta I = 1/2$ Amplitude unterdrückt wird.

Alle hier besprochenen Verfahren haben den Nachteil, daß unklar ist, wie gut sich die Quantenchromodynamik mit Hilfe der verwendeten Modelle und Annahmen reproduzieren läßt; insbesondere bleibt die Frage offen, bei welchem Wert des Renormierungspunktes μ die betreffenden Matrizelemente berechnet wurden. Wird der effektive Hamiltonoperator in der diagonalen Basis untersucht (Gl. (2.142, 144), Tab. 2)⁽⁶¹⁾, so ist jeder Summand für sich von μ unabhängig. Es stellt sich heraus, daß die Relationen zwischen verschiedenen Matrizelementen, die aus der Valenzquarkapproximation folgen und die oft in den oben beschriebenen Rechnungen verwendet werden, nicht im Einklang stehen mit der μ -Abhängigkeit, die aufgrund der QCD zu erwarten ist⁽⁶¹⁾. In der Valenzquarknäherung⁽⁷⁷⁾ ist es möglich, die Matrizelemente der Operatoren Q_i Gl. (2.139), die für ϵ'/ϵ relevant sind, durch die folgenden Matrizelemente auszudrücken:

$$X = \sqrt{3} \langle \pi^+ \pi^+ | O_1 | K^+ \rangle \quad Y = \sqrt{3} \langle \pi^+ \pi^+ | O_6 | K^+ \rangle \quad (2.191)$$

mit O_i aus Gl. (2.170). Hiermit ergibt sich:

$$\begin{aligned} \langle \pi\pi (I=0) | O_1 | K^0 \rangle &= X \\ \langle \pi\pi (I=0) | O_2 | K^0 \rangle &= \langle \pi\pi (I=0) | O_3 | K^0 \rangle = 2X \\ \langle \pi\pi (I=0) | O_4 | K^0 \rangle &= 0 \\ \langle \pi\pi (I=0) | O_5 | K^0 \rangle &= \frac{16}{3} Y \\ \langle \pi\pi (I=0) | O_6 | K^0 \rangle &= Y \\ \langle \pi\pi (I=2) | O_i | K^0 \rangle &= 0 \quad i \neq 4 \\ \langle \pi\pi (I=2) | O_4 | K^0 \rangle &= 2\sqrt{2} X \end{aligned} \quad (2.192)$$

Hiermit finden wir für die Matrixelemente der Operatoren Q_i :

$$\begin{aligned}
 \langle \pi\pi (I=0) | Q_1 | K^0 \rangle &= -\frac{1}{6} X \\
 \langle \pi\pi (I=0) | Q_2 | K^0 \rangle &= \frac{5}{6} X \\
 \langle \pi\pi (I=0) | Q_3 | K^0 \rangle &= \frac{1}{2} X \\
 \langle \pi\pi (I=0) | Q_5 | K^0 \rangle &= Y \\
 \langle \pi\pi (I=0) | Q_4 | K^0 \rangle &= 3Y \\
 \langle \pi\pi (I=2) | Q_1 | K^0 \rangle &= \frac{2}{3} \sqrt{2} X \\
 \langle \pi\pi (I=2) | Q_2 | K^0 \rangle &= \frac{2}{3} \sqrt{2} X \\
 \langle \pi\pi (I=2) | Q_i | K^0 \rangle &= 0 \quad i \neq 1, 2
 \end{aligned} \tag{2.193}$$

Dies führt schließlich zu den folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned}
 \langle \pi\pi (I=0) | \tilde{Q}_k | K^0 \rangle &= p_k X + q_k Y \quad k = 1, \dots, 5 \\
 \langle \pi\pi (I=2) | \tilde{Q}_k | K^0 \rangle &= 0 \quad k \neq 4 \\
 \langle \pi\pi (I=2) | \tilde{Q}_4 | K^0 \rangle &= 1.57 X
 \end{aligned} \tag{2.194}$$

die Koeffizienten p_k und q_k finden sich in Tab. 8.

Tabelle 8:

Die Werte des Koeffizienten p_k und q_k aus Gl. (2.194)

P	1	2	3	4	5
p_k	-0.25	0.98	0.13	$\frac{2}{9}$	1.10
q_k	3.04	0.24	-0.067	0	0.25

Da die Operatoren $\tilde{Q}_k$ multiplikativ renormiert werden, folgt aus Gl. (2.194), daß in führender logarithmischer Näherung X und Y die gleiche μ -Abhängigkeit aufweisen müssen - nämlich $[\alpha_s(\mu^2)]^{-r_4}$. Im Widerspruch zu Tab. 3 (s. 2.4.1) bedeutet dies, daß alle Operatoren $\tilde{Q}_k$ die gleiche μ -Abhängigkeit aufweisen müssen. Die Relationen Gl. (2.192) können daher bestenfalls an einem einzigen Wert μ gültig sein: Tab. 3 zeigt, wie stark sie unter Änderung von μ verletzt sind. Diese Verletzung bewirkt bei Variation von μ zwischen 0.5 GeV und 1.0 GeV einen Unsicherheitsfaktor von 1.5 bzw. 2.0 für $\Lambda_{\text{QCD}} = 0.1 \text{ GeV}$ bzw. $\Lambda_{\text{QCD}} = 0.2 \text{ GeV}$ (beim Vergleich zwischen $\tilde{Q}_1$ und $\tilde{Q}_5$).

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß eine Berücksichtigung der bilinearen Operatoren in O_5 : eine beträchtliche Reduzierung des "Pinguin"-Beitrags zur Zerfallsamplitude $A(K \rightarrow \pi\pi)$ im Vergleich zur ursprünglichen Abschätzung⁽⁵²⁾ zur Folge hat und daß eine Vernachlässigung der μ -Abhängigkeit dieses Matrixelements zusätzlich zu der Unsicherheit aufgrund der Berechnung in bestimmten approximativen Modellen einen Unsicherheitsfaktor 1.5 - 2 bewirkt. Solange noch keine endgültigen Berechnungen von Matrixelementen der Operatoren Q_i im Rahmen von QCD-Gittereichtheorien⁽⁸³⁾ verfügbar sind, müssen diese Unsicherheiten bei phänomenologischen Untersuchungen berücksichtigt werden.

2.4.4 Das Matrixelement für $\Delta S = 2$ Übergänge

In diesem letzten Abschnitt zur Berechnung der für die Untersuchung von CP Verletzung relevanten Amplituden beschäftigen wir uns mit dem Übergangsmatrixelement M_{12} , das die Mischung zwischen K^0 und $\bar{K}^0$ hervorruft und das im Standardmodell nur durch die schwache Wechselwirkung in vierter und höherer Ordnung verursacht werden kann.

Ganz allgemein gilt

$$M_{12} = \langle K^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=2} | \bar{K}^0 \rangle + \text{"L.R."} \quad (2.195)$$

$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=2}$ wurde in Gl. (2.161) angegeben, und "L.R." bezeichnet die langreichweitigen Beiträge, die nicht im ersten "kurzdistanz"-Term enthalten sind. Wir illustrieren M_{12} in Fig. 7; zum langreichweitigen Anteil tragen die Zwischenzustände $10, \pi, 2\pi, \eta, \eta' \dots$ bei.

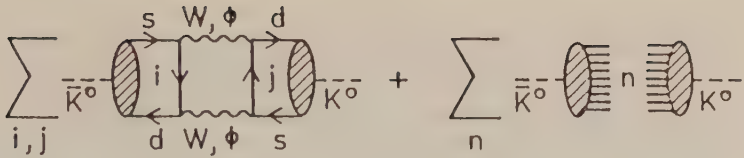


Fig. 7: Die diagrammatische Darstellung von M_{12} Gl. (2.195)

Da die Koeffizientenfunktion, die mit dem $(V-A)^2$ -Operator zu multiplizieren ist, bereits in Abschnitt 2.4.2 behandelt wurde, bleiben noch die Berechnung des Matrixelements und die Abschätzung der langreichweitigen Beiträge. Es ist üblich, dieses Matrixelement mittels des "bag"-Faktors B zu parametrisieren:

$$[\alpha(\mu^2)]^{-\frac{6}{2\beta}} \langle \pi^0 | (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1-\gamma_5) d_\alpha) (\bar{s}_\beta \gamma^\mu (1-\gamma_5) d_\beta) | \bar{K}^0 \rangle \approx B \frac{f_K^2}{3} m_K \quad (2.196)$$

m_K bezeichnet hierbei die Masse des K-Mesons und f_K die K-Zerfallskonstante.

Der Parameter B gab in der Vergangenheit Anlaß zu einer Reihe von Untersuchungen, die sich im wesentlichen in fünf Klassen einteilen lassen (s. A.J. Buras, Ref. 4):

i) Saturationsmethoden:

Der Prototyp dieser Klasse ist die Näherung durch Vakuumsaturation nach Gaillard und Lee⁽⁶⁹⁾, in der sich $B = 1$ ergibt. Hierbei wird der Vakuumzustand auf jede mögliche Weise als Zwischenzustand in der $\Delta S = 2$ Amplitude aufgefaßt:

$$\langle \pi^0 | (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu (1-\gamma_5) d_\alpha) (\bar{s}_\beta \gamma^\mu (1-\gamma_5) d_\beta) | \bar{K}^0 \rangle \Big|_{V.S.} = (1 + \frac{4}{3}) 2 \frac{f_K^2 p_K^2}{2 m_K} \quad (2.197)$$

Dieses Resultat kommt folgendermaßen zustande: Umordnung mit Hilfe der Fierz-Transformation führt zu einem Term mit dem Vorfaktor $\frac{1}{N} (\frac{1}{3})$ hier); außerdem erlaubt jeder Term zwei Arten der Vakuumeinsetzung (Faktor 2), schließlich wurde die folgende Normierung gewählt:

$$\langle 0 | \bar{s}_\alpha \gamma^\mu \gamma_5 d_\alpha | K^0 \rangle = \frac{f_K p_K^\mu}{\sqrt{2 m_K}} \quad (2.198)$$

mit der K-Meson Zerfallskonstante $f_K \approx 160 \text{ MeV}$ und $P_K = m_{K^2}$.

In einer neueren Untersuchung dieser Art ⁽⁸⁴⁾ wurden zusätzlich zum Vakuum alle 1-Teilchen-Zwischenzustände (Pseudoskalare und Vektormesonen) berücksichtigt. Das Ergebnis lautet $1.25 < B < 2.8$; dies entspricht einer Variation der Skala μ , oberhalb der die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung genügend klein wird, im Bereich $0.3 < \mu < 0.7 \text{ GeV}$. Im Laufe der Berechnung liefern einzelne Zwischenzustände Beiträge von gleicher Größenordnung, die sich gegenseitig wegheben (z.B. gilt $\langle \bar{K}^0 | O_{\Delta S=2} | K^0 \rangle | v = - \langle \bar{K}^0 | O_{\Delta S=2} | K^0 \rangle \pi^0$ ⁽⁸⁵⁾), so daß bei Untersuchungen mit Hilfe von Saturationsmethoden kaum weitere Einschränkungen für B zu erwarten sind.

ii) Rechnungen in Quarkmodellen:

Im Fall der Näherung der Quark-Wellenfunktion durch die Wellenfunktion des hadronischen Oszillators ⁽⁸⁶⁾ ergibt sich $1.4 < B < 2.8$, im MIT-"bag"-Modell ⁽⁸⁶⁻⁸⁸⁾ $-0.4 < B < 0.34$. Das Ergebnis $B = -0.4$ einer neueren Untersuchung im MIT-"bag"-Modell ⁽⁸⁷⁾ läßt sich nur so interpretieren, daß entweder langreichweitige Beiträge zu M_{12} , die nicht berücksichtigt wurden, dominant sind, oder daß das Standardmodell mit drei Generationen nicht in der Lage ist, die beobachtete K_L - K_S Massendifferenz zu reproduzieren. Am einleuchtendsten erscheint jedoch die Deutung, daß das "bag"-Modell zur Berechnung von B aufgrund der Verletzung der Translationsinvarianz nicht geeignet ist. Modelle mit statischen Quarks ⁽⁸⁸⁾, die korrektes Verhalten unter Translation aufweisen, führen stets zum Ergebnis $B = 1$, falls nur Farbsingulett-Zustände in der Wellenfunktion des K-Mesons berücksichtigt werden. Konsistenz mit der experimentell bestimmten Breite Γ_S scheint jedoch eine Farbtuplett Komponente zu erfordern; dies hat für B zur Folge: $1.5 < B < 2$.

iii) SU(3) und PCAC:

Donoghue, Golowich und Holstein ⁽⁸⁹⁾ verwenden SU(3)-Flavorsymmetrie, um die folgenden beiden Matrixelemente in Beziehung zu setzen:

$$\langle \bar{K}^0 | O_{\Delta S=2}^{(12)} | K^0 \rangle = \sqrt{2} \langle \bar{K}^0 | O_{\Delta I=3/2}^{(12)} | \pi^0 \rangle \quad (2.199)$$

anschließend wird die rechte Seite von Gl. (2.199) mittels PCAC in die reine $\Delta I = 3/2$ Amplitude des Zerfalls $K^- \rightarrow \pi^- \pi^0$ übergeführt, deren Absolutbetrag aus der experimentell bestimmten Zerfallsrate gewonnen werden kann. Auf diese Weise ergibt sich $|B| \approx 0.33^{(89)}$. Ein ähnliches Ergebnis erhalten Ginsparg und Wise⁽⁹⁰⁾, die diese Rechnung im Rahmen der chiralen Störungstheorie⁽⁹¹⁾ durchführten. Untersuchungen auf dem 1-Schleifen-Niveau der chiralen Störungstheorie führten jedoch in einigen Fällen zu divergierenden Matrixelementen⁽⁹²⁾; außerdem läßt sich zeigen⁽⁹³⁾, daß die SU(3) Relation Gl. (2.199) sowohl dem Betrag als auch dem Vorzeichen nach durch 1-Teilchen-Beiträge verletzt wird. Es ist daher nicht klar, wie verläßlich die Resultate für B sind, die mit dieser Methode gewonnen wurden. So führt eine Untersuchung von Trampetic⁽⁹⁷⁾, bei der die Amplitude $A(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0)$ in verschiedenen Quarkmodellen berechnet wurde, im Gegensatz zum üblichen Verfahren, bei dem diese Amplitude aus der experimentellen Zerfallsbreite gewonnen wird, zu $B_{SU(3)}^{PCAC} = 1 \pm 0.35$.

iv) Hadronische Summenregeln:

Guberina, Machet und de Rafael⁽⁹⁴⁾ erhalten mit Hilfe dieser Methode eine obere Schranke $B < 2.0 \pm 0.5$. Hierbei wird das Matrixelement $\langle \bar{K}^0 | O_{\Delta S=2} | K^0 \rangle$ als der Wert eines skalaren Formfaktors bei $t = 0$ aufgefaßt, der durch eine reelle analytische Funktion in der komplexen t -Ebene mit einem Schnitt entlang der reellen Achse $4M_K^2 < t < \infty$ beschrieben wird. Das Betragsquadrat dieses Formfaktors $|F(t)|^2$ steht nun in Beziehung zum absorptiven Teil der Zweipunktfunktion

$$\psi(q^2) = i \int dx e^{iqx} \langle 0 | T \{ O_{\Delta S=2}(x) O_{\Delta S=2}^\dagger(0) \} | 0 \rangle :$$

$$\frac{1}{\pi} \text{Im} \psi(t) \geq \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{4M_K^2}{t} \right) \frac{1}{2} |F(t)|^2 \theta(t - 4M_K^2) \quad (2.200)$$

Diese Ungleichung bildet den Ausgangspunkt für die obige Abschätzung. Pich und de Rafael⁽⁹⁵⁾ haben mit Hilfe der Annahme lokaler Dualität⁽⁹⁶⁾ die Information, die sich mittels einer Realisierung der QCD bei großen Abständen durch einen chiralen Lagrangeoperator gewinnen läßt, mit dem perturbativen Verhalten der QCD bei kurzen Abständen kombiniert und auf diese Weise das folgende Ergebnis erhalten $B = (0.33 \pm 0.09) \cdot [\alpha_s(\mu^2)]^{2/9}$. Bemerkenswert an dieser Rechnung ist die Tat-

sache, daß sich explizit die richtige Abhängigkeit vom Renormierungspunkt μ ergibt, so daß das gesamte Matrixelement $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S = 2} | K^0 \rangle$ von μ unabhängig ist.

v) Berechnungen auf dem Gitter

Schließlich wurden sehr interessante Untersuchungen mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen der QCD auf dem Gitter durchgeführt⁽⁸³⁾ mit dem Ergebnis $B = 1.2 \pm ?$. Leider sind diese Rechnungen noch vorläufig und weisen aufgrund systematischer Fehler, die durch die endliche Größe des verwendeten Gitters und die starke Abhängigkeit des Matrixelements vom Gitterparameter verursacht werden, noch beträchtliche Unsicherheit auf.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der Parameter B zur Zeit nur innerhalb sehr grober Grenzen bekannt ist; die zuverlässigsten Berechnungen sollten in Zukunft von der QCD-Simulation auf dem Gitter zu erwarten sein. Auffallend ist die Übereinstimmung der klassischen Ergebnisse unter iii) und iv), die jedoch um einen Faktor 0.25 kleiner sind als das aufgrund der vorläufigen Gitterrechnungen. Bei unserer Analyse im nächsten Abschnitt verwenden wir den Bereich $1/3 < B < 3/2$.

Bisher war unsere Diskussion beschränkt auf Kurzstanzbeiträge zu M_{12} (modulo B), die durch die üblichen "box"-Diagramme dargestellt werden. Vor längerer Zeit schon wurde jedoch von Wolfenstein⁽⁹⁸⁾ und Hill⁽⁹⁹⁾ betont, daß im Prinzip spürbare langreichweitige ("L.R.") Beiträge zu M_{12} aufgrund der virtuellen niederenergetischen Zwischenzustände π , 2π , η , η' (s. Fig. 6) zu erwarten sind. Diese dispersiven Beiträge sind deshalb gesondert zu berücksichtigen, weil durch den "box"-Ansatz dynamische Abstandsbereiche vernachlässigt werden, die größer sind als m_c^{-1} . Der Einwand, daß durch explizite Berücksichtigung des "L.D." Terms gewisse Beiträge doppelt gezählt werden, läßt sich durch das folgende Argument entkräften: Obwohl das "box"-Diagramm Beiträge von u -Quarks in der Schleife aufweist, sind diese wegen $m_u^2 \ll m_c^2$ an dieser Stelle vernachlässigbar. Die physikalischen Zwischenzustände jedoch, die u -Quarks und eine beliebige Anzahl von Gluonen enthalten, sind der QCD-Störungstheorie nicht zugänglich und müssen daher in "L.R." berücksichtigt werden.

Es gibt Anzeichen dafür, daß die langreichweitigen Beiträge zu $\text{Re } M_{12}$ nicht vernachlässigbar sind (d.h. $\Delta M \neq 2\text{Re } M_{12}^{\text{box}}$); dies gründet sich auf die Tatsache, daß für $B < 1^{(89)}$ und für kleine θ_1 (s. Abschnitt 2.2) gilt $(\Delta M)_{\text{box}} = 2(\text{Re } M_{12})_{\text{box}} \ll (\Delta M)_{\text{exp}}^{(61,100)}$. Daher müssen langreichweitige Beiträge zu $(\Delta M)_{\text{box}}$ addiert werden, um die experimentelle Massendifferenz $(\Delta M)_{\text{exp}}$ zu reproduzieren. Wie die Analyse in Ref. (100) zeigt, liefert der 2π Zwischenzustand den größten Beitrag zu $\text{Re } M_{12}$ und könnte daher verantwortlich sein für den größten Anteil der Differenz $(\Delta M)_{\text{exp}} - (\Delta M)_{\text{box}}$. Auf der anderen Seite existieren gute Argumente dafür, daß die langreichweitigen Beiträge zu ϵ klein sind. Es läßt sich zeigen^(99,101,102), daß sich die Beiträge der Zustände π^0 , η^0 und 2π zu $\text{Im } M_{12}$ in der Quark-Phasenkonvention (s. Kap. 2.3, Gl. (2.107)) in der Summe $\text{Im } M_{12} + \frac{1}{2} \text{Re } M_{12}$ gegenseitig wegheben. Über die Größe des η' -Beitrags herrschen noch immer verschiedene Meinungen^(102,103), Ref. (103) macht jedoch plausibel, daß auch diese Beiträge klein sind.

Bei unserer phänomenologischen Analyse im nächsten Abschnitt werden wir daher $\text{Re } M_{12}$ und $\text{Im } M_{12}$ in der Näherung durch "box"-Diagramme berechnen, während wir für die Massendifferenz ΔM den experimentellen Wert verwenden werden^(44,101,104).

2.5 Die Parameter ϵ und ϵ' im Standardmodell - eine phänomenologische Analyse

Aufbauend auf die vorangehenden Überlegungen und Definitionen werden in diesem zentralen Abschnitt die Ergebnisse einer phänomenologischen Analyse vorgestellt, die zunächst die Größe der experimentell bestimmten CP Verletzung verwendet, um die Parameter θ_2 und δ der Kobayashi-Maskawa-Matrix Gl. (2.13) getrennt als Funktionen von τ_B , B , $\bar{R}$ und m_c zu berechnen; anschließend zeigen wir die Bereiche im Raum $(\bar{R}, \tau_B)$, in denen das Standardmodell mit der gemessenen CP Verletzung und den Zerfallsdaten des B-Mesons vereinbar ist; weiterhin vergleichen wir die theoretischen Aussagen über das Verhältnis ϵ'/ϵ mit der experimentellen Obergrenze und zeigen untere Schranken für m_c als Funktionen von τ_B , B und $\bar{R}$.

Zunächst erörtern wir die endgültigen Formeln für ϵ und ϵ'/ϵ : Mit Hilfe der Gln. (2.161), (2.195) und (2.196) erhalten wir für den Kurzstanzbeitrag zu Gl. (2.195):

$$(\operatorname{Re} M_{12})_{\text{box}} = \frac{G_F^2}{12 \pi^2} M_W^2 f_K^2 m_K B F(x_i, \theta_i, s) \quad (2.201)$$

$$(\operatorname{Im} M_{12})_{\text{box}} = \frac{G_F^2}{12 \pi^2} M_W^2 f_K^2 m_K B D(x_i, \theta_i, s) \quad (2.202)$$

mit

$$x_i = m_i^2 / M_W^2$$

$$\begin{aligned} F(x_i, \theta_i) = & \left([\operatorname{Re} \lambda_c]^2 - [\operatorname{Im} \lambda_c]^2 \right) S(x_c) \gamma_1 + \\ & \left([\operatorname{Re} \lambda_t]^2 - [\operatorname{Im} \lambda_t]^2 \right) S(x_t) \gamma_2 + \\ & 2 (\operatorname{Re} \lambda_c \operatorname{Re} \lambda_t - \operatorname{Im} \lambda_c \operatorname{Im} \lambda_t) S(x_c, x_t) \gamma_3 \end{aligned} \quad (2.203a)$$

und

$$\begin{aligned} D(x_i, \theta_i) = & 2 \operatorname{Im} \lambda_t \left\{ -\operatorname{Re} \lambda_c S(x_c) \gamma_1 + \operatorname{Re} \lambda_t S(x_t) \gamma_2 \right. \\ & \left. + (\operatorname{Re} \lambda_c - \operatorname{Re} \lambda_t) S(x_t, x_c) \gamma_3 \right\} \end{aligned} \quad (2.204a)$$

Die Funktionen $S(x_i, x_j)$, $S(x_i) = S(x_i, x_i)$ wurden in Gl. (2.159, 2.153, 2.154) definiert; λ_i ist gegeben durch $\lambda_i = V_{id}^* V_{is}$. In der Näherung $m_i \ll M_W$, $s_3 \ll s_2 \ll s_1$ nehmen die Funktionen F und D die folgende Form an:

$$F = \frac{s_1^2 s_4^2}{M_W^4} \left\{ m_c^2 \gamma_1 + s_2^4 m_t^2 \gamma_2 + 2 s_2^2 \gamma_3 m_c^2 \ln \frac{m_t^2}{m_c^2} \right\} \quad (2.203b)$$

und

$$D = 2 c_2 \frac{c_1 s_1^2}{M_W^4} s_2 s_3 s_4 \left\{ -m_c^2 \gamma_1 + s_2^2 m_t^2 \gamma_2 + m_c^2 \gamma_3 \ln \frac{m_t^2}{m_c^2} \right\} \quad (2.204b)$$

Verwenden wir die Werte $m_t = 30$ GeV, $s_2 = 0.1$ (s. Abschnitt 2.2) und $m_c = 1.4$ GeV, dann betragen die drei Terme in Gl. (2.203b) 1.7, 0.05 und 0.10 [GeV²]; dies bedeutet, daß $\operatorname{Re} M_{12}$ seinen Hauptbeitrag durch das c -Quark erhält. Die entsprechenden Zahlen für Gl. (2.204b) lauten -1.7, 5.4 und 4.8 [GeV²]; $\operatorname{Im} M_{12}$ wird daher durch den t -Beitrag dominiert. Dies legt nahe, daß Berechnung von $\operatorname{Im} M_{12}$ nur durch Berücksichtigung der Kurzstanzbeiträge verlässlicher sein sollte als gleiches Vorgehen im Fall $\operatorname{Re} M_{12}$. (Bei den numerischen Rechnungen wurden stets die exakten Ausdrücke (2.203a) und (2.204a) verwendet).

Kombinieren wir die Gln. (2.108), (2.202) und (2.204a), so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \epsilon_K &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e^{i\pi/4}}{\Delta M} \left\{ \frac{G_F^2}{12\pi^2} M_W^2 f_K^2 m_K B \mathcal{D}(x_i, 0_i) + 2 \left\{ \text{Re } M_{12} \right\} \right\} \quad (2.205a) \\ &= e^{i\pi/4} \left\{ 1.94 \cdot 10^4 \cdot B \cdot \mathcal{D} + \sqrt{2} \left\{ \frac{\text{Re } M_{12}}{\Delta M} \right\} \right\} \end{aligned}$$

hierbei wurden die folgenden Werte für die benötigten Parameter verwendet:

$f_K = 160 \text{ MeV}$, $M_W = 80 \text{ GeV}$, $G_F = 1.1785 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ und $\Delta M_K/m_K = 0.71 \cdot 10^{-14}$.
Mit der Näherung (2.204b) erhalten wir

$$\begin{aligned} \epsilon_K &= e^{i\pi/4} \left\{ (5.96/\text{GeV}^2) B s_1^2 (s_2 c_2 s_3 s_8) [-m_c^2 \eta_1 + \right. \\ &\quad \left. s_2^2 m_t^2 \eta_2 + m_c^2 \eta_3 \ln \frac{m_t^2}{m_c^2}] + \sqrt{2} \left\{ \frac{\text{Re } M_{12}}{\Delta M} \right\} \right\} \quad (2.205b) \end{aligned}$$

Da nach Gl. (2.163) ξ gegeben ist durch $H s_2 c_2 s_3 s_8$ und $(\text{Re } M_{12})_{\text{box}} \leq \frac{1}{2} \Delta M$, ist der Beitrag des letzten Terms in Gl. (2.205b) dem Betrag nach kleiner als der, der durch den reinen c-Anteil im "box"-Diagramm hervorgerufen wird. Da sich aus dem Experiment ergibt, daß $\text{Re } \epsilon_K$ eine positive Größe ist, muß dies demzufolge auch für $B s_8$ gelten. Für positive Werte des "bag"-Parameters B kann daher die Phase der K-M Matrix nur in den ersten beiden Quadranten liegen; außerdem muß ξ dann - im Fall konstruktiver "Pinguin"-Beiträge - negatives Vorzeichen aufweisen [F10].

Verwenden wir die Gln. (2.103b) und (2.163), so erhalten wir (in der Quark-Phasenkonvention):

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon'}{\epsilon} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e^{i(\frac{\pi}{4} + \delta_2 - s_0)}}{|E|} \frac{\text{Re } A_2}{\text{Re } A_0} [-H] s_2 c_2 s_3 s_8 \\ &= 15.6 [-H] s_2 c_2 s_3 s_8 e^{i(\frac{\pi}{4} + \delta_2 - s_0)} \quad (2.206) \end{aligned}$$

in der zweiten Zeile von Gl. (2.206) wurden die Werte $\text{Re } A_0/\text{Re } A_2 = 20$ und $\epsilon = 2.28 \cdot 10^{-3} e^{i\pi/4}$ verwendet. Hieraus läßt sich sofort ablesen, daß das Verhältnis ϵ'/ϵ unter der Annahme konstruktiver "Pinguin"-Beiträge im Standardmodell positiv sein muß. Dies läßt sich besonders einfach in der Wolfenstein-Parametrisierung zeigen⁽¹⁰⁶⁾. Da eine der Forderungen unserer phäno-

menologischen Analyse darin besteht, daß Gl. (2.205a) den experimentell bestimmten Wert des Parameters ϵ_K reproduziert, läßt sich Gl. (2.206) umschreiben in:

$$\frac{\epsilon'}{\epsilon} \approx \left[-\frac{H}{B} \right] \cdot \frac{0.44 e^{i(\frac{\pi}{4} + \delta_2 - \delta_0)} (GeV^2)}{\{-m_c^2 q_1 + s_2^2 m_c^2 q_2 + m_c^2 q_3 \ln(m_c^2/m_t^2)\}} \quad (2.207)$$

Zunächst sind einige Bemerkungen zu diesem Ausdruck für ϵ'/ϵ angebracht:

- a) ϵ'/ϵ ist im Fall $\delta_0 - \delta_2 = 0.3\pi$ (s. aber Gl. (2.80) und [F6]) eine nahezu reelle Größe.
- b) ϵ'/ϵ ist proportional zu H und umgekehrt proportional zu B. Daher führen für festes H kleinere Werte von B zu größeren Werten von ϵ'/ϵ , so daß es schließlich zur Verletzung der experimentellen Obergrenze Gl. (1.6) und (1.7) kommen kann. Da ϵ'/ϵ mit zunehmender t-Masse m_t abnimmt, kann durch große Werte für m_t der Effekt kleiner B-Parameter kompensiert werden. Obwohl nämlich H eine monoton wachsende Funktion von m_t ist (s. Tabelle 1), ist diese Abhängigkeit viel schwächer als die explizit in Gl. (2.207) gezeigte. Im Bereich $25 GeV < m_t < 60 GeV$ verwenden wir daher einen festen Wert für H, nämlich $H = -0.135$.
- c) Für typische Werte der Massenparameter liefert Gl. (2.207) $\epsilon'/\epsilon \approx 10^{-2} |H/B|$, so daß für $\epsilon'/\epsilon < 0.3 \cdot 10^{-2}$ folgt $B > 3/|H|$.

Die Formeln (2.33), (2.34), (2.205a) und (2.206) erlauben uns nun, den experimentellen Wert für ϵ zu verwenden, um s_2 , δ und ϵ'/ϵ als Funktionen von m_t , $\bar{R}$, τ_B und B zu berechnen^(44, 107-114). Zu bemerken ist, daß auch in anderen Untersuchungen untere Schranken für m_t in Abhängigkeit von τ_B ⁽¹⁰⁴⁾ und untere Schranken für ϵ'/ϵ als Funktion von m_t und τ_B ^(105,90) gefunden wurden, indem die neuen Daten zum B-Zerfall und der experimentelle Wert für ϵ herangezogen wurden. Die hier vorliegende Untersuchung wurde jedoch mit dem Ziel durchgeführt (im Gegensatz zur bisher existierenden Literatur - zum Teil mit Ausnahme von Ref. (104,105)), alle relevanten Größen wie die Mischungswinkel, die Phase δ und ϵ'/ϵ als Funktionen direkt meßbarer Größen wie m_t , τ_B und $\bar{R}$ darzustellen. Sobald genauere Messungen für τ_B und $\bar{R}$ vorliegen, die Masse des t-Quarks bestimmt und die Unsicherheiten im Zusammenhang mit dem "bag"-Faktor B und dem "Penguin"-Parameter H

reduziert sind, lassen sich die Vorhersagen im Standardmodell für die untersuchten Parameter direkt an unseren Kurven ablesen. Hier im Text zeigen wir nur einige der (vereinfachten) Diagramme, an denen sich die Resultate in übersichtlicher Weise diskutieren lassen (im Anhang 1 ist eine größere Auswahl dargestellt):

- i) Für einen gegebenen Satz von Werten für $(\bar{R}, \tau_B, m_t, B)$ erhält man zwei Lösungen für s_2 und δ , die sich aus den Figuren 8 und 9 ablesen lassen; wir verwenden hier $m_t = 35$ GeV, $\bar{R} = 0.03$ und $B = 1/3, 1, 3/2$. Die untere Lösung für s_2 korrespondiert dabei zur oberen Lösung für δ und umgekehrt. Um die Parameter der Mischungsmatrix in eindeutiger Weise zu bestimmen, muß daher zusätzliche Information herangezogen werden (um s_2 und δ getrennt zu erhalten, reicht die Bedingung, durch Gl. (2.205a) den experimentellen Wert für ϵ_K zu reproduzieren). Diese zusätzliche Einschränkung erfolgt in gewissen Fällen durch die Berücksichtigung der experimentellen Obergrenze für ϵ'/ϵ .
- ii) Für feste Werte von m_t und B existiert ein Bereich im Raum $(\bar{R}, \tau_B)$, in dem das Standardmodell vereinbar ist mit den experimentellen Daten zum B-Zerfall $\bar{R}$ und τ_B und der gemessenen CP Verletzung ϵ_K . Wie in i) wurden auch hier die Gln. (2.33, 2.34) und (2.205a) verwendet. Diese Bereiche werden größer mit wachsenden Werten für m_t und B . In Fig. 10 zeigen wir zwei Beispiele (für $m_t = 35$ GeV und $B = 1/3$ bzw. $B = 1$). Weitere Beispiele finden sich in Anhang 1. Zur Frage nach dem Einfluß des β -Terms in Gl. (2.205a) siehe Anhang 1; es zeigt sich, daß dieser Term die zulässigen Bereiche stark einschränkt im Fall kleiner Werte für m_t und großer "bag"-Parameter.
- iii) Auf ähnliche Weise (Gl. (2.33,34) und (2.205a)) läßt sich für feste Werte von B und $\bar{R}$ eine untere Schranke für m_t als Funktion von τ_B finden. Aus Fig. 12 entnehmen wir, daß diese Schranke wächst mit zunehmendem τ_B und abnehmenden Werten für $\bar{R}$ und B . Für $\bar{R} = 0.05$ und $\tau_B = 10^{-12}$ sec finden wir $(m_t)_{\min} = 50$ GeV und 20 GeV im Fall $B = 1/3$ bzw. $B = 1$. Für $\bar{R} = 0.01$ lauten die entsprechenden Werte 80 GeV und 40 GeV; falls daher $\tau_B = O(10^{-12} \text{ sec})$, und sich B als beträchtlich kleiner als eins herausstellen sollte, dann wäre eine Masse des t-Quarks von der Größe $O(40 \text{ GeV})$ oder weniger ein Hinweis darauf, daß das Standard-

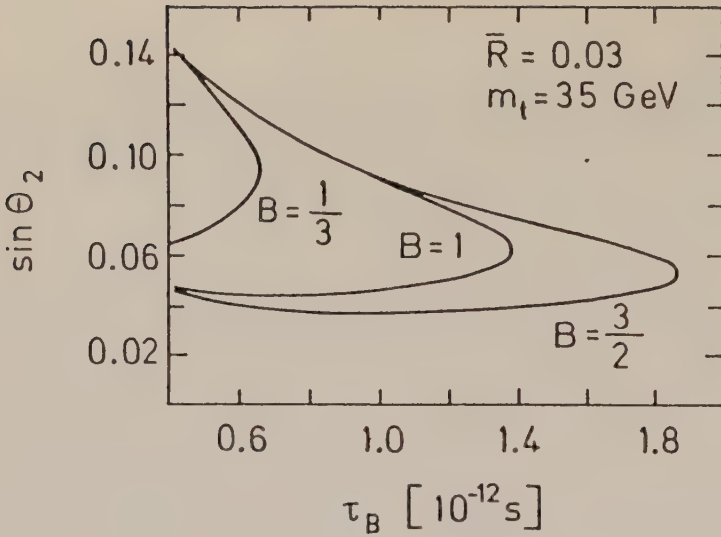


Fig. 8: Die Werte für s_2 , die verträglich sind mit $|t| = 2.28 \cdot 10^{-3}$, als Funktion von τ_B für $B = 1/3, 1, 3/2$; $\bar{R} = 0.03$, $m_t = 35 \text{ GeV}$ und $(m_c, m_b) = (1.4, 1.6)$.

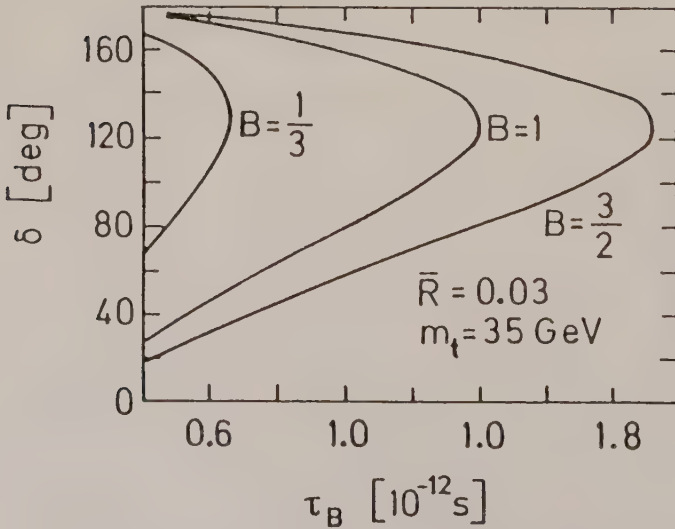


Fig. 9: Die Werte für δ , die mit $|t| = 2.28 \cdot 10^{-3}$ verträglich sind als Funktion von τ_B . Bedeutung der Linien wie oben.

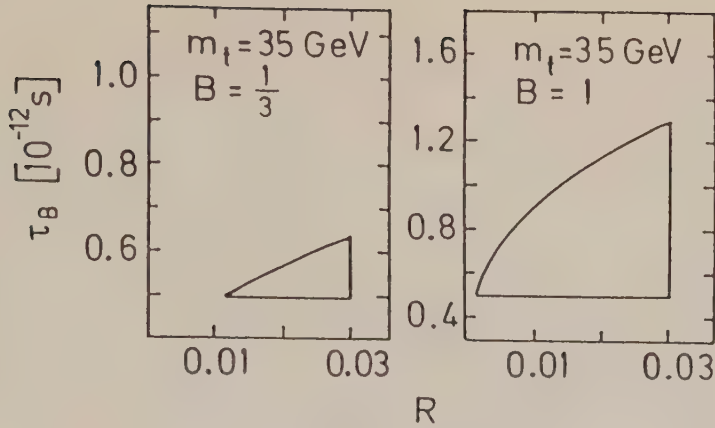


Fig. 10: Die Bereiche im Raum $(\bar{R}, \tau_B)$, in denen das Standardmodell verträglich ist mit $|t| = 2.28 \cdot 10^{-3}$ und den B-Zerfallsdaten für $m_t = 35$ GeV und $B = 1/3, 1$.

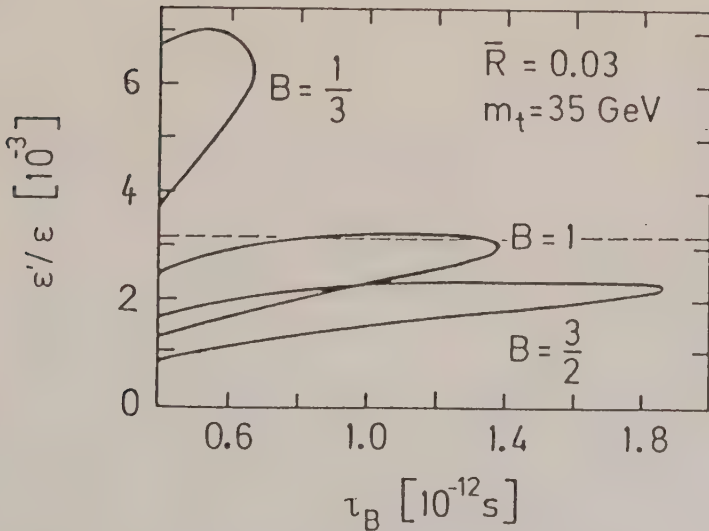


Fig. 11: Die Werte für das Verhältnis ϵ'/ϵ , die mit $|t| = 2.28 \cdot 10^{-3}$ verträglich sind als Funktion von τ_B für $B = 1/3, 1, 3/2$; $\bar{R} = 0.03$ und $m_t = 35$ GeV. Die unterbrochene horizontale Gerade stellt die gegenwärtige experimentelle Obergrenze dar. $H = -0.14$.

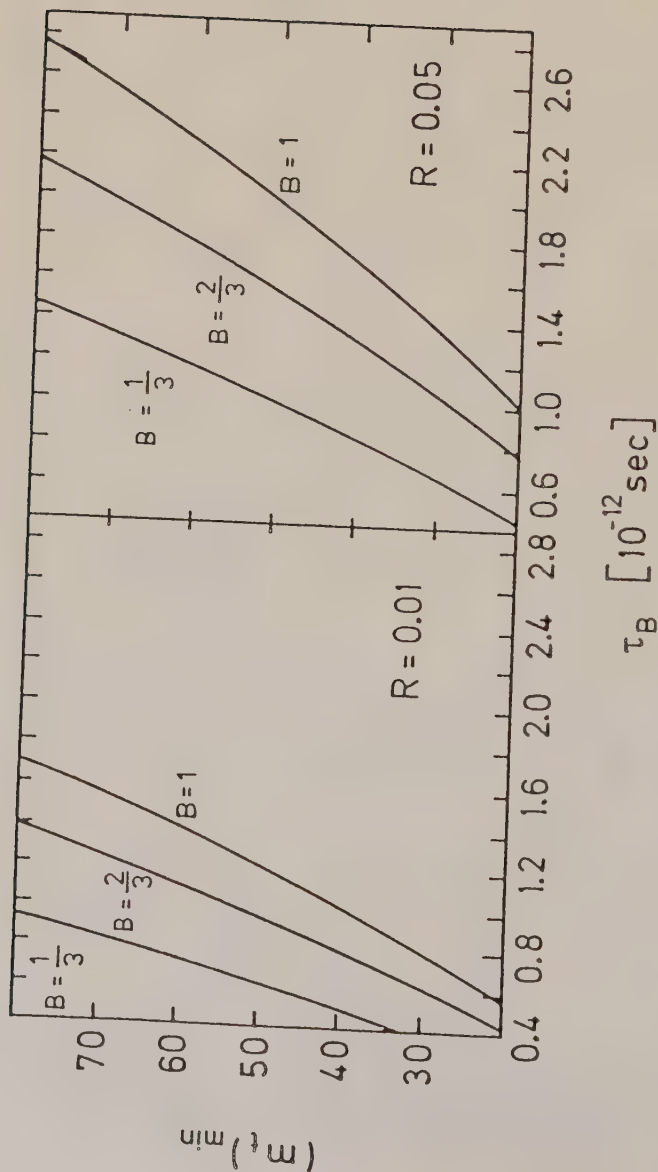


Fig. 12: Die untere Schranke für m_t als Funktion von τ_B für $R = 0.01$ und 0.05 und $B = 1/3, 2/3$ und 1 .

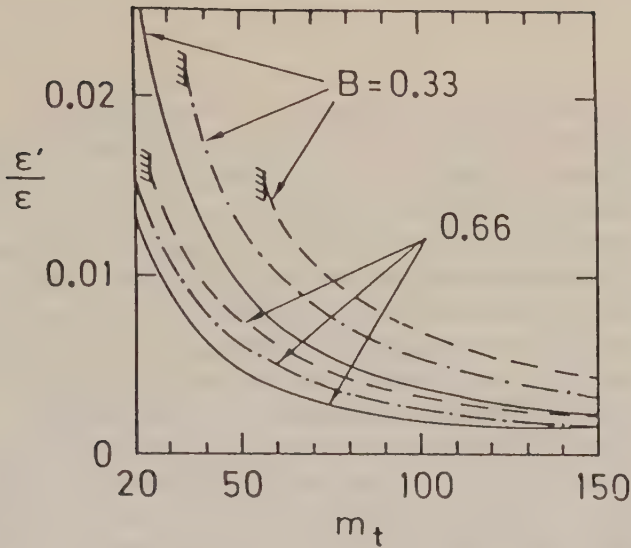


Fig. 13: Die untere Schranke für ϵ'/ϵ als Funktion von m_t für $B = 1/3$ und $B = 2/3$ und für $\tau_B = 0.6$ (—), 0.9 (-.-.), 1.2 (----) 10^{-12} sec. (105)

modell den gemessenen Wert des CP Parameters $|t| = 2.28 \cdot 10^{-3}$ nicht reproduzieren kann. Bei unseren Rechnungen haben wir die exakten Wilson-Koeffizienten des "box"-Diagramms Gl. (2.153, 2.154, 2.159) berücksichtigt; dies ist der Grund dafür, daß wir keine Geraden in Fig. 12 erhalten wie die Autoren von Ref. (104), die die Näherungen für $m_t \ll M_W$ verwendet haben. Im Anhang 1 zeigen wir die Auswirkung des ξ -Terms aus Gl. (2.205a), der in Ref. (104) vernachlässigt wurde.

Die Analyse, deren Ergebnisse wir oben vorgeführt haben, liefert die vollständige K-M Mischungsmatrix als Funktion von $\bar{R}$, τ_B , m_t und B . Folglich lassen sich alle relevanten Größen, die Funktionen von θ_1 und δ sind, durch $\bar{R}$, τ_B , m_t und B ausdrücken.

- iv) In Fig. 11 zeigen wir das Verhältnis ϵ'/ϵ als Funktion von τ_B für $\bar{R} = 0.03$, $m_t = 35$ GeV und $B = 1/3, 1, 3/2$. Hierfür haben wir Gl. (2.207) mit $H = -0.135$ verwendet; da Gl. (2.207) linear von H abhängt, läßt sich das Ergebnis für beliebige Werte H' des "Pinguin"-Beitrags durch einfaches Umskalieren der Abszisse der Fig. 11 (und der entsprechen-

den Diagramme in Anhang 1) mittels des Faktors H'/H gewinnen. Wie im Fall der Parameter s_2 und δ existieren im Allgemeinen zwei Lösungen für einen gegebenen Satz von Werten ($\bar{R}$, τ_B , m_t , B). Der obere Ast der Lösung für ϵ'/ϵ entspricht dabei dem unteren Ast der Lösung für δ und umgekehrt. Sehr deutlich wird die Abnahme von ϵ'/ϵ mit zunehmendem B ; der untere Lösungsast liefert höhere Werte für ϵ'/ϵ mit abnehmendem $\bar{R}$, und schließlich wird ϵ'/ϵ kleiner mit wachsender Masse des t -Quarks m_t . Diese Abhängigkeit wurde insbesondere von Gilman und Hagelin⁽¹⁰⁵⁾ untersucht, die eine untere Schranke für ϵ'/ϵ als Funktion von m_t berechneten. Wir zeigen das Resultat dieser Analyse in Fig. 13. Mit Hilfe der Fig. 11 und 13 läßt sich folgern, daß selbst im Fall $H = -0.135$ Werte $m_t < 50$ GeV nicht mit einem "bag"-Parameter $B = 1/3$ verträglich sind (für $\tau_B \sim 10^{-12}$ sec); betont sei an dieser Stelle, daß der verwendete Wert für H um eine Größenordnung kleiner ist, als die Erklärung der $\Delta I = 1/2$ -Regel aufgrund von "Pinguin"-Beiträgen erfordert. Falls sich zudem ϵ'/ϵ als negativ herausstellen sollte (in der Tat erscheint dies aufgrund der neuen Meßergebnisse möglich), dann sind zusätzliche Beiträge zu ϵ'/ϵ mit entgegengesetztem Vorzeichen erforderlich, die den durch den Mechanismus im Standardmodell verursachten Anteil überkompensieren (s. z.B. Kap. 3). Sollten für ϵ'/ϵ sehr kleine Werte gemessen werden, so könnten andere Beiträge wichtig werden, die bisher vernachlässigt wurden. In diesem Zusammenhang erscheinen die Untersuchungen über QED-"Pinguin"-Operatoren interessant⁽⁶⁸⁾; falls das Matrixelement der QED-"Pinguin"-Operatoren von der gleichen Größenordnung ist wie das der QCD-"Pinguin"-Operatoren, so ergibt sich $(\epsilon'/\epsilon)_{\text{QED}} \approx (\epsilon'/\epsilon)_{\text{QCD}} \cdot 1/7$ (A. Buras, Ref. (4)). Es ist jedoch nicht offensichtlich, daß im elektromagnetischen Fall eine gleich starke Unterdrückung des Matrixelements aufgrund der Kontaktterme wie im Fall der QCD (s. Kap. 2.4.3) auftritt; so daß die elektromagnetischen Beiträge weiter an Bedeutung gewinnen könnten. Da jedoch die betreffenden Matrixelemente bisher nicht berechnet wurden und auch das Vorzeichen des QED-Beitrags unbekannt ist, lassen sich zur Zeit keine definitiven Aussagen machen.

- v) Aus Gl. (2.33) geht hervor, daß unsere Analyse empfindlich von der Quarkmasse m_b abhängt; wir haben hier die Werte

$$m_c = 1.4 \text{ GeV} \quad m_b = 4.6 \text{ GeV} \quad \Lambda_{\text{QCD}} = 200 \text{ MeV} \quad (2.208)$$

verwendet, die wir in [F5] mit "stand" kennzeichnen. Um nun die erlaubten Bereiche im $(\bar{R}, \tau_B)$ -Raum für abweichende Massenparameter zu erhalten, müssen die $\bar{R}$ - und die τ_B -Achse in Fig. 10 mit Hilfe der Faktoren $\bar{z}$ und $\bar{y}$ aus Tab. F5 reskaliert und anschließend die untere Grenze für τ_B und die obere Schranke für $\bar{R}$ entsprechend eingetragen werden. Für feste Werte m_c nimmt der zulässige Bereich im $(\bar{R}, \tau_B)$ -Raum mit wachsender b-Quarkmasse ab. Falls jedoch m_b und m_c gleichzeitig in konsistenter Weise geändert werden ("Stromquarkmassen" oder "Konstituentenquarkmassen"), so ergeben sich nur kleine Abweichungen. Diese einfache Vorgehensweise, die uns erlaubt, die Ergebnisse für abweichende Parameterwahl zu erhalten, vernachlässigt die entsprechenden Änderungen der QCD-Korrekturen und der c-Quarkmasse, die in die Formeln für ϵ und ϵ'/ϵ eingehen. Dieser zusätzliche Effekt beträgt jedoch im Bereich $1.3 \text{ GeV} < m_c < 1.7 \text{ GeV}$ und $100 \text{ MeV} < \Lambda_{\text{QCD}} < 300 \text{ MeV}$ höchstens 10 %.

Zusammenfassend läßt sich bemerken, daß wir aufgrund der (experimentellen und theoretischen) Unsicherheiten gegenwärtig nicht in der Lage sind, zu entscheiden, ob das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung im Einklang steht mit der beobachteten CP Verletzung. Unsere Analyse zeigte jedoch, daß es im Fall $B < 0.5$, $m_t < 30 \text{ GeV}$ und $\tau_B > 10^{-12} \text{ sec}$ angebracht ist, weitere Quellen für CP Verletzung in Betracht zu ziehen, um die Größe des beobachteten Effekts zu reproduzieren. Außerdem zeigte sich, daß die Beiträge durch "Penguin"-Operatoren im Standardmodell aufgrund der experimentellen Obergrenze für ϵ'/ϵ nicht ausreichen, um die Dominanz der $\Delta I = 1/2$ Amplitude bei hadronischen Zerfällen der K-Mesonen und der Hyperonen zu erklären. Im Widerspruch zur oberen Schranke $\epsilon'/\epsilon < 0.003$ würde eine Erklärung dieser empirischen Regel (für $\text{Re } C_6$ aus Tab. 1) $|H| > 1$ erfordern. Da die Berechnung von $\text{Re } C_6$ weniger zuverlässig erscheint als die für $\text{Im } C_6$, sollte man (in Analogie zum Fall ΔM und ϵ) nur die Berechnung von ϵ'/ϵ als verlässlich, die Erklärung $\Delta I = 1/2$ Regel jedoch als offenes Problem betrachten.

2.6 Das elektrische Dipolmoment des Neutrons

Der Vollständigkeit wegen und weil Einschränkungen durch die gemessene Obergrenze für das elektrische Dipolmoment des Neutrons (DEMON) in verschiedenen (z.B. supersymmetrischen) Erweiterungen des Standardmodells eine wichtige Rolle spielen, beschäftigen wir uns in diesem Abschnitt mit der einzigen weiteren Quelle für CP Verletzung, die im Rahmen des Standardmodells existiert. Diese hat ihren Ursprung in der topologischen Struktur des QCD-Vacuums, die die Einführung eines neuen Parameters θ_{QCD} erfordert⁽¹¹⁶⁾; θ_{QCD} charakterisiert, auf welche Weise die topologisch verschiedenen Konfigurationen des Gluonfeldes im Funktionalintegral berücksichtigt werden müssen:

$$\int \mathcal{D}[G_\mu] \longrightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta_{\text{QCD}}} \int \mathcal{D}[G_\mu]_n \quad (2.209)$$

mit dem Pontryagin-Index n der Eichfeldkonfiguration⁽¹¹⁷⁾. Der Effekt des Parameters θ_{QCD} in Gl. (2.209) kann durch Einführen eines neuen Terms in $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$ reproduziert werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} &\longrightarrow \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \frac{\theta_{\text{QCD}}}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \\ \tilde{F}^a_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{a\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.210)$$

mit der QCD-Feldstärke $F_{\mu\nu}^a$. Der neue Term verletzt die Parität (wegen des ϵ -Tensors) und die CP Symmetrie (weil das Farbsingulett als Produkt zweier Eichfelder unter Ladungskonjugation invariant ist). Obwohl dieser zusätzliche neue Term in Gl. (2.210) eine totale Divergenz darstellt, kann er einen nichtverschwindenden Beitrag zur Wirkung $A = \int d^4x \mathcal{L}$ liefern, falls nichtperturbative Feldkonfigurationen berücksichtigt werden⁽¹¹⁸⁾.

Für ein fundamentales Teilchen mit Spin ist das Auftreten eines elektrischen Dipolmoments gleichbedeutend mit der Verletzung von Parität und Zeitumkehrinvarianz. Dies macht sich bemerkbar in einer Energieverschiebung im elektrischen Feld:

$$\Delta E = \vec{d} \cdot \vec{E} \quad (2.211)$$

mit dem elektrischen Dipolmoment $\vec{d}$ und dem elektrischen Feld $\vec{E}$; die einzige Richtung, die im Zusammenhang mit dem Teilchen ausgezeichnet ist, ist sein Spin: $\vec{d} = k \vec{\sigma}$. Bisher wurde noch kein positiver Effekt gemessen, die obere Schranke für das elektrische Dipolmoment des Neutrons (d_n) wurde jedoch im Laufe von 30 Jahren um 6 Größenordnungen reduziert. Evidenz für ein elektrisches Dipolmoment würde in einer Verschiebung der magnetischen Resonanzfrequenz des Neutrons bestehen, im Fall, daß dem magnetischen Feld ein elektrisches parallel überlagert wird. Gegenwärtig lautet die experimentelle Obergrenze⁽²¹⁾:

$$(d_n)_{\max} = 4 \cdot 10^{-25} \text{ e} \cdot \text{cm}. \quad (2.212)$$

Der Beitrag von θ_{QCD} zu d_n läßt sich abschätzen, indem man eine axiale U(1)-Transformation betrachtet, die zum folgenden Axialvektorstrom führt:

$$A_\mu = \sum_{\text{quarks } q} \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q \quad (2.213)$$

Zusätzlich zum üblichen Anteil, der proportional ist zu den Quarkmassen

$$\partial^\mu A_\mu \ni i \sum_q m_q \bar{q} \gamma_5 q \quad (2.214)$$

enthält die Divergenz von A_μ auch einen anomalen QCD-Gluonanteil:

$$\partial^\mu A_\mu \ni \frac{g^2}{16\pi^2} F^a_{\mu\nu} \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (2.215)$$

Führen wir nun eine axiale Transformation $e^{-i\tilde{Q}_5 \tau}$ um den Winkel τ aus, dann transformiert sich θ_{QCD} folgendermaßen:

$$\theta_{\text{QCD}} \longrightarrow \theta_{\text{QCD}} - 2\tau N_f \quad (2.216)$$

mit der Anzahl der Flavoursorten N_f in der Theorie.

Dieses Verhalten können wir dazu verwenden, den Parameter θ_{QCD} wegzurotieren; hierdurch ändert sich jedoch der Quarkmassenanteil der QCD Lagrange-dichte, der die chirale Symmetrie explizit bricht. Im Fall von drei Flavoursorten erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CSB} &= -m_u \bar{u}u - m_d \bar{d}d - m_s \bar{s}s \\ \mathcal{L}_{CSB} + \mathcal{L}_{EP} &= \mathcal{L}_{CSB} + i \theta_{QCD} \frac{m_u m_d m_s}{m_u m_d + m_d m_s + m_u m_s} \cdot \\ &\quad (\bar{u} \gamma_5 u + \bar{d} \gamma_5 d + \bar{s} \gamma_5 s) \end{aligned} \quad (2.217)$$

Der Effekt dieses zusätzlichen Beitrags zu $\mathcal{L}_{CSB}$ besteht darin, daß er eine Asymmetrie in der Ladungsverteilung des Neutrons bewirkt. Dies bedeutet, daß das physikalische Neutron n neben dem reinen $\frac{1}{2}^+$ Zustand $|N\rangle$ eine kleine Beimischung eines Zustands mit entgegengesetzter Parität $|N^*\rangle$ aufweist, d.h.

$$|n\rangle = |N\rangle + \sum_{*} \frac{1}{M^{*} - M} |N^*\rangle \langle N^* | \mathcal{L}_{EP} | N \rangle \quad (2.218)$$

$$\mathcal{L}_{EP} = \int \mathcal{L}_{EP}(\vec{x}) d^3x$$

mit den Massen M und M^* der Zustände $\frac{1}{2}^+$ bzw. $\frac{1}{2}^-$. Für das Dipolmoment des Neutrons ergibt sich daher der folgende Ausdruck:

$$\begin{aligned} \vec{d}_n &= \langle n | \vec{d} | n \rangle = \int d^3x \langle n | \vec{x} Q(\vec{x}) | n \rangle \\ &= 2 \sum_{*} \frac{1}{M^{*} - M} \operatorname{Re} \langle N | \vec{d} | N^* \rangle \langle N^* | \mathcal{L}_{EP} | N \rangle \end{aligned} \quad (2.219)$$

mit $Q(x) = \bar{\psi} \gamma_0 Q \psi$ und der Matrix der elektrischen Quarkladung Q . Unter der Annahme, daß Gl. (2.219) durch Baryonresonanzen saturiert wird und nach Berechnung der Matrixelemente im MIT "bag"-Modell erhält Baluni⁽¹¹⁹⁾:

$$d_n / e = 2.7 \cdot 10^{-16} \theta_{QCD} \text{ cm} \quad (2.220a)$$

Mittels einer etwas abweichenden Methode finden Crewther et al.⁽¹²⁰⁾:

$$d_n / e = 3.6 \cdot 10^{-16} \theta_{QCD} \text{ cm} \quad (2.220b)$$

Vergleichen wir die experimentelle Schranke Gl. (2.212) mit den theoretischen Ergebnissen (2.220), so ergibt sich

$$|\theta_{QCD}| \leq 10^{-3} \quad (2.221)$$

Berücksichtigt man nun die schwache Wechselwirkung, so ist die Massenmatrix nicht mehr diagonal; um zur diagonalen Basis überzugehen, ist eine Rotation der Quarkfelder erforderlich. Diese Rotation beinhaltet eine axiale $U_A(1)$ Transformation, falls gilt $\text{Arg det } M \neq 0$ (Massenmatrix M). Daher ist im vollständigen (CP verletzenden) $F\bar{F}$ -Term θ durch

$$\theta \longrightarrow \bar{\theta} = \theta + \text{Arg det } M \ll 10^{-3} \quad (2.222)$$

zu ersetzen. Das θ -Problem besteht nun darin, zu erklären, warum diese Kombination aus reinen QCD-Parametern und Parametern der schwachen Wechselwirkung zu einer derart kleinen Zahl führt ⁽¹²¹⁾.

Betrachten wir die Beiträge der elektroschwachen Wechselwirkung zum DEMON: Im Standardmodell kann kein Beitrag zum DEMON in zweiter Ordnung der Störungstheorie auftreten, weil der entsprechende K-M Faktor reell ist. Ein komplexer K-M Faktor ergibt sich in vierter Ordnung der Störungstheorie bei Austausch von zwei $W^\pm$ -Bosonen oder unphysikalischen Higgs skalaren ('t Hooft Feynman Eichung - s. Fig. 14a); tatsächlich nichtverschwindende Beiträge zu d_n treten jedoch erst auf, wenn im entsprechenden Diagramm mindestens zwei Gluonen ausgetauscht werden (s. Fig. 14b). Auf diese Weise ergibt sich eine obere Schranke für den schwachen störungstheoretischen Beitrag zu d_n ⁽¹²²⁾:

$$\left| \frac{d_n}{e} \right|_{i,q} \leq m_{u,d} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 s_1^2 s_2 s_3 s_4 \frac{m_{s,c}^2}{m_{u,l}^2} f \left(\frac{m_{t,l}^2}{m_{b,l}^2} \right) \quad (2.223)$$

mit der elektromagnetischen Kopplung α . Die Massenfaktoren $m_{u,d}$ spiegeln die Tatsache wider, daß der Operator des Dipolmoments helizitätsändernde Struktur aufweist. Setzt man Zahlenwerte in Gl. (2.223) ein, so ergibt sich die folgende obere Schranke:

$$\left| \frac{d_n}{e} \right|_{i,q} \leq 0 (10^{-30 \pm 4}) \text{ cm} \quad (2.224a)$$

Betrachten wir nun 2-Quark-Operatoren wie in Fig. 14c), so wurde gezeigt, daß Diagramme ohne "Pinguin"-Komponente wie Fig. 14d) nur Beiträge der Größenordnung $O(10^{-34})$ cm liefern ⁽¹²³⁾. "Pinguin"-Diagramme wie Fig. 14e) hingegen führen zu ⁽¹²⁴⁾

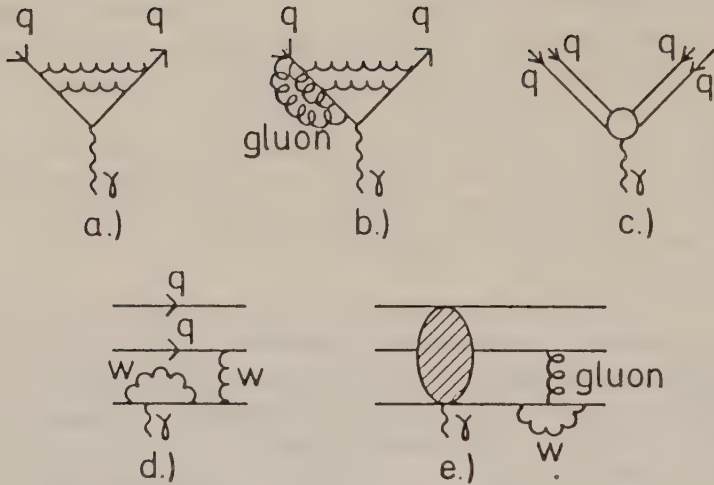


Fig. 14: Diagramme, die zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons beitragen.

$$\left| \frac{d_n}{e} \right|_{2q, \gamma} \sim 0 (10^{-30 \pm 1}) \text{ cm} \quad (2.224b)$$

Daher ist die zur Zeit beste Abschätzung des Beitrags zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons aufgrund der elektroschwachen Wechselwirkung durch Gl. (2.224b) gegeben.

Selbst wenn man ad hoc $\bar{\theta}_{\text{QCD}} = 0$ annimmt, so wird dieser Parameter durch höhere Ordnungen der elektroschwachen Wechselwirkung renormiert⁽¹²²⁾; die erste Renormierung erfolgt in der vierten Ordnung und beträgt $\delta \theta_{\text{QCD}} = 0(10^{-16})$. Die erste logarithmische Divergenz in $\delta \theta$ taucht im Standardmodell in der 14. Ordnung der Störungstheorie auf und ist gegeben durch

$$\delta \theta_{\text{QCD}} \sim \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left(\frac{m_q}{M_W} \right)^2 (K \cdot M \cdot \text{Faktoren}) \ln \left(\frac{\Lambda}{M_W} \right) \quad (2.225)$$

mit dem Abschneideparameter Λ . Nehmen wir an, daß Λ von der Größenordnung der Planck-Skala ist, so ergibt sich⁽¹²²⁾ $\theta_{\text{QCD}} < 0(10^{-32})$. Werden daher QCD und Salam-Weinberg-Modell in eine umfassendere Theorie (Große Vereinigung?) mit $\theta = 0$ eingebettet, so sind die sich ergebenden Werte für θ_{QCD} klein genug, um mit dem beobachteten DEMON im Einklang zu stehen, obwohl das Standardmodell selbst nicht automatisch $\theta_{\text{QCD}} = 0$ garantiert.

Es stellt sich nun die Frage nach Mechanismen, die automatisch $\theta_{\text{QCD}} = 0$ garantieren. Eine einfache Möglichkeit besteht darin, daß die Masse des u-Quarks verschwindet⁽¹²⁵⁾. Dies ist jedoch mit den Ergebnissen von Untersuchungen der Stromalgebra kaum vereinbar. Eine weitere Lösung wurde von Peccei und Quinn⁽¹²⁶⁾ vorgeschlagen: Falls der Higgs-Sektor des Standardmodells um ein Dublett erweitert wird, läßt sich im Lagrangeoperator eine chirale $U(1)$ -Symmetrie realisieren, indem man die folgende Yukawa-Wechselwirkung einführt:

$$\mathcal{L}_Y^{\text{PQ}} = - \frac{c_d}{v} (\bar{\psi}_L \phi_1) d_R - \frac{c_u}{v} (\bar{\psi}_L \phi_2^*) u_R \quad (2.226)$$

Führen wir nun eine chirale Phasentransformation durch für die linkshändigen Felder $\bar{\psi}_L$ (τ_L), für die rechtshändigen d_R , u_R (τ_d , τ_u) und die Higgs-dubletts (τ_1 , τ_2), so erfordert die Invarianz von $\mathcal{L}_Y^{\text{PQ}}$:

$$-\tau_L + \tau_1 + \tau_d = 0 \quad -\tau_L - \tau_2 + \tau_u = 0 \quad (2.227)$$

Für $\tau_1 \neq \tau_2$ finden wir daher sofort eine resultierende axiale $U(1)$ Transformation $\tau_u + \tau_d - 2\tau_L \neq 0$. Die axiale Anomalie dieser $U(1)$ Transformation führt zu $\theta \rightarrow \theta - 2(\tau_u + \tau_d - 2\tau_L)$, so daß sich auf diese Weise θ tatsächlich wegstrotzen läßt, ohne daß zusätzliche Terme im Lagrangeoperator hervorgerufen werden. Der ursprüngliche Ansatz⁽¹²⁶⁾ kann jedoch nicht als vollständig Lösung betrachtet werden, weil aufgrund des erweiterten Higgs-Sektors zusätzliche, sehr leichte Pseudo-Goldstone-Teilchen, die sog. Axionen, unvermeidbar auftreten (die axiale Symmetrie wird durch das Quark-Kondensat $\langle \bar{q}q \rangle$ spontan gebrochen); diese postulierten Teilchen wurden jedoch im Experiment nicht gefunden. Im Rahmen "großer Vereinheitlicher" Theorien erscheint eine Realisierung der Peccei-Quinn-Symmetrie als aussichtsreicher, weil sich hier die auftretenden Axionen als "unsichtbar" erweisen⁽¹²⁷⁾ - d.h. ihre Kopplung an die gewöhnliche Materie ist so schwach,

daß diese Teilchen bei heutigen Experimenten nicht beobachtet werden können. Auf der anderen Seite führen kosmologische Argumente zu einer starken Einschränkung der Eigenschaften "unsichtbarer" Axionen⁽¹²⁸⁾.

Abschließend wollen wir eine Bemerkung zur nichttrivialen Vakuumstruktur nichtabelscher Eichtheorien machen, die sich auf die Gruppe $SU(2)_L$ des Standardmodells bezieht. Ebenso wie für die starke Wechselwirkung weist der effektive Lagrangeoperator auch einen Term auf, der proportional ist zu:

$$\mathcal{L}_{\theta_L} \sim \frac{\theta_L}{32\pi^2} F^i_{\mu\nu} \tilde{F}^i{}^{\mu\nu} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.227)$$

mit der Feldstärke $F^i_{\mu\nu}$ der schwachen Wechselwirkung. Die Fragen, die sich nun sofort stellen, betreffen den Einfluß der spontanen Symmetriebrechung der schwachen Eichgruppe und die Größe des Beitrags von Gl. (2.227) zur CP Verletzung (DEMON). Zunächst läßt sich feststellen, daß sich θ_L unter einer axialen Transformation $e^{-i\gamma_5 \sigma}$ der Fermionfelder anders transformiert als θ_{QCD} :

$$\theta_L \longrightarrow \theta_L - \sigma N_f \quad (2.228)$$

dies beruht auf der Tatsache, daß die schwache Wechselwirkung nur auf links-händige Felder wirkt. Es erscheint nicht als unmöglich, daß gilt $3g_w^2 \theta_L = -2g_s^2 \theta_{QCD}$, so daß sich die kleine obere Schranke für $\theta < 10^{-9}$ erklären läßt, selbst wenn keine axiale Symmetrie des Lagrangeoperators vorliegt, die bewirkt, daß alle Werte für θ äquivalent sind (und damit θ wegrotiert werden kann, ohne $\mathcal{L}_{eff}$ zu verändern). Da diese Überlegungen über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinausgehen, werden sie an anderer Stelle ausführlicher dargestellt⁽¹²⁹⁾; hier wollten wir nur andeuten, daß neben den konventionellen Vorschlägen zur Lösung des θ -Problems andere Möglichkeiten denkbar sind.

2.7 Das System $B^0-\bar{B}^0$

2.7.1 Einführung und Definitionen:

Dieser gesamte Abschnitt ist der Frage nach den Vorhersagen des Standardmodells in Teilchensystemen außerhalb dem der neutralen K-Mesonen gewidmet.

Insbesondere um ein Prinzip zu finden, das die beobachtete Größe der CP-Verletzung erklärt, wäre ein positives Meßergebnis zum Beispiel im Fall $B^0-\bar{B}^0$ von großer Bedeutung. Unglücklicherweise erwartet man nämlich im Rahmen des Standardmodells für das System neutraler c-Mesonen $D^0-\bar{D}^0$ nur sehr kleine Mischungen im Vergleich zu $K^0-\bar{K}^0$, weil das "box"-Diagramm in diesem Fall proportional zu m_s^2 ist, im Gegensatz zu $M_{12}^K \sim m_c^2$. Außerdem zerfällt der größte Teil der D-Mesonen ($\Gamma(D) \sim \cos^2 \theta_c$ im Gegensatz zu $\Gamma(K) \sim \sin^2 \theta_c$) ehe es zu ausreichender Mischung kommt. Im Fall $T^0-\bar{T}^0$ ist dieser Effekt noch stärker ausgeprägt (die Gesamtbreite ist hier im wesentlichen unabhängig von Parametern der K-M Matrix). Betrachtet man Unterschiede in den partiellen Zerfallsraten (z.B. $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 K^+$ v.s. $D^- \rightarrow K^0 K^-$), so stellt man fest, daß alle interessanten Zerfallsmoden bei "charm" Teilchen Cabibbo-unterdrückt sind. Im Gegensatz hierzu gibt im Fall der neutralen B-Mesonen die lange Lebensdauer des b-Quarks Anlaß zur Hoffnung. Außerdem wurde schon vor längerer Zeit in theoretischen Untersuchungen festgestellt, daß beim Zerfall des B-Mesons beträchtliche $B^0-\bar{B}^0$ Mischung und möglicherweise meßbare CP Verletzung zu erwarten sind^(130-141,28). In einer Reihe von neueren Arbeiten wurden diese Untersuchungen unter Berücksichtigung der neuen Messungen von $\tau_B^{(6,4)}$ und $\bar{R}^{(12,13)}$ ergänzt.

In den Abschnitten 2.2 und 2.5 haben wir die Mischungswinkel θ_2 , θ_3 und die Phase δ der K-M Matrix als Funktionen von m_t , τ_B und $\bar{R}$ berechnet, indem wir von den Einschränkungen Gebrauch machten, die sich aufgrund der im $K^0-\bar{K}^0$ System beobachteten CP Verletzung und der Zerfallsdaten des B-Mesons ergeben. In diesem Abschnitt werden wir diese Ergebnisse verwenden, um verschiedene Parameter und Asymmetrien zu berechnen, die im System $B^0-\bar{B}^0$ eine Rolle spielen. Der Unterschied zwischen der vorliegenden Analyse⁽¹¹⁵⁾ und den zuvor durchgeführten Untersuchungen (teilweise mit Ausnahme von (105)) besteht darin, daß wir ebenso wie im Abschnitt 2.5 die relevanten Parameter der CP Verletzung (und der $B^0-\bar{B}^0$ Mischung) als Funktionen direkt meßbarer Größen wie m_t , τ_B und $\bar{R}$ angeben. Sobald die Masse des t-Quarks bestimmt und τ_B und $\bar{R}$ genauer gemessen wurden, lassen sich die Vorhersagen des Standardmodells für diese Parameter an unseren Kurven ablesen (s. auch Anhang 2).

In diesem Abschnitt geben wir die Ausdrücke für M_{12} und Γ_{12} im $B^0-\bar{B}^0$ System an, die wir verwenden, um die Massendifferenz $\Delta M (B_H^0-B_L^0)$, den entsprechen-

den Unterschied der Breiten ΔT und das Verhältnis $\tilde{\eta} = (1 - \epsilon_B)(1 + \epsilon_B)$ mit dem Parameter ϵ_B der CP-Verletzung zu berechnen. Außerdem diskutieren wir den Zusammenhang zwischen der Phase von $\tilde{\eta}$ und der Phase ϕ der K-M Matrix (für zugrundeliegende Definitionen s. Abschnitt 2.3). Hiermit werden anschließend neben $\tilde{\eta}$ die drei folgenden Parameter berechnet, die den Ausgangspunkt für die Untersuchung der $B^0 - \bar{B}^0$ Mischung und der CP Verletzung im Standardmodell darstellen:

$$\kappa = \frac{\Delta M}{T} \quad \gamma = \frac{\Delta T}{2T} \quad \sin 2\varphi \quad (2.229)$$

mit der Gesamtbreite T für den Zerfall des B-Mesons und der Phase φ , die in Ref. (136, 137) eingeführt wurde. Diese drei Parameter sind der Ausgangspunkt für eine Reihe von Formeln, die in der Literatur diskutiert werden; wir berechnen sie daher getrennt als Funktionen von m_c , $\bar{R}$, τ_B und B .

Um ΔM , ΔT und $\tilde{\eta}$ zu berechnen, müssen zuerst die Ausdrücke für M_{12} und T_{12} ermittelt werden. Wir verwenden hierzu die Näherung durch "box"-Diagramme. Wie wir in Abschnitt 2.4 gesehen haben, erscheint diese Näherung im K-System nur für $\text{Im } M_{12}$ verlässlich; im Fall des sehr viel schwereren B-Mesons sollte sie sowohl für $\text{Re } M_{12}$ als auch für T_{12} gute Ergebnisse liefern. Da das "box"-Diagramm jedoch ein schweres äußeres Quark (b-Quark) aufweist, ist die für das K-System übliche Näherung, in der alle Massen und Impulse der äußeren Quarks vernachlässigt werden, nicht ausreichend.

Wir geben hier die expliziten Formeln für M_{12} und T_{12} für beliebige neutrale Mesonen P^0 an, die sich aus einem schweren (h) und einem leichten (l) Quark zusammensetzen; hierbei vernachlässigen wir die Impulse der Quarks h und l innerhalb des Mesons und die Masse von l. Unter Berücksichtigung der Beiträge unphysikalischer Higgs-Teilchen ('t Hooft-Feynman Eichung), die zur Gewährleistung der Eichinvarianz erforderlich sind, erhalten wir:

$$\begin{aligned} \langle P^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta P=2} | \bar{P}^0 \rangle &= M_{12} - \frac{i}{2} T_{12} \\ &= \frac{G_F^2 M_W^2}{16 \pi^2} \left\{ \langle \gamma^0 | (\bar{h} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l)^2 | \bar{P}^0 \rangle \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j B_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \langle P^0 | (\bar{h} (1 - \gamma_5) l)^2 | \bar{P}^0 \rangle \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j C_{ij} \right\} \end{aligned} \quad (2.230)$$

$$\lambda_i = V_{ih}^* V_{il}$$

Falls das schwere Quark h Ladung $-1/3$ (bzw. $+2/3$) aufweist, dann erstreckt sich die Summe über $i, j = u, c, t$ (bzw. d, s, b); die Wilson-Koeffizienten B_{ij} und C_{ij} haben die folgende Gestalt:

$$B_{ij} = \frac{1}{(1-x_i)(1-x_j)} \sum_k' \int_0^1 d\alpha \left\{ \left(2 + \frac{1}{2} x_i x_j \right) \Lambda_k(\alpha) - 2 x_i x_j + x_h [\alpha x_i + (1-\alpha) x_j] \right\} \ln \Lambda_k(\alpha) \quad (2.231)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{(1-x_i)(1-x_j)} x_h \left(4 + x_i x_j \right) \sum_k' \int_0^1 d\alpha \alpha(1-\alpha) \ln \Lambda_k(\alpha) \quad (2.232)$$

mit den Definitionen

$$x_i = \frac{m_i^2}{M_W^2} \quad \sum_k' = \sum_{k=1}^2 - \frac{4}{\sum_{k=3}^4} \quad (2.233a)$$

$$\Lambda_1(\alpha) = \alpha x_i + (1-\alpha) x_j - \alpha(1-\alpha) x_h \quad (2.233b)$$

$$\Lambda_2(\alpha) = 1 - \alpha(1-\alpha) x_h \quad (2.233c)$$

$$\Lambda_3(\alpha) = \alpha + (1-\alpha) x_j - \alpha(1-\alpha) x_h \quad (2.233d)$$

$$\Lambda_4(\alpha) = \alpha x_i + 1 - \alpha - \alpha(1-\alpha) x_h \quad (2.233e)$$

Diese Rechnungen wurden bereits von Cheng⁽¹⁴⁰⁾ durchgeführt; wir haben jedoch hier unser Ergebnis angegeben, weil sich Unterschiede zu Ref. (140) zeigten. Während die Abweichungen im Fall des B-Systems vernachlässigbar sind, ist die Diskrepanz im "top"-System besonders für große Werte m_t beträchtlich.

Zur Berechnung von M_{12} und T_{12} benötigen wir die Matrixelemente der $(V-A)^2$ und $(S-P)^2$ Operatoren in Gl. (2.230):

$$\mathcal{M}_{V-A} = \langle p^0 | (\bar{h} \gamma_\mu (1-\gamma_5) l)^2 | \bar{p}^0 \rangle = \frac{8}{6} f_p^2 m_p B_p \quad (2.234)$$

$$\mathcal{M}_{S-P} = \langle p^0 | (\bar{h} (1-\gamma_5) l)^2 | \bar{p}^0 \rangle = -\frac{5}{6} f_p^2 m_p B_p \quad (2.235)$$

mit dem "bag"-Parameter B_p , der Masse m_p und der Zerfallskonstante f_p des Mesons P^0 .

Der dispersive (d) und absorptive (a) Anteil der Amplitude (2.230) stellen nun gerade die Nebendiagonalelemente M_{12} und $-\frac{i}{2}T_{12}$ dar:

$$M_{12} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j \left(\mathcal{M}_{V-A} B_{ij}^{(d)} + \mathcal{M}_{S-P} C_{ij}^{(d)} \right) \quad (2.236a)$$

$$T_{12} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j \left(\mathcal{M}_{V-A} B_{ij}^{(a)} + \mathcal{M}_{S-P} C_{ij}^{(a)} \right) \quad (2.236b)$$

Um den dispersiven Anteil zu erhalten, ist in den Koeffizienten B_{ij} und C_{ij} (2.231,232) $\ln \Lambda_u$ durch $\ln |\Lambda_k|$ zu ersetzen. Der absorptive Anteil ergibt sich durch Ersetzen von $\ln \Lambda_k$ durch 2π und Integration über α im Bereich mit $\Lambda_k(\alpha) < 0$; hierbei ist darauf zu achten, daß in Gl. (2.236b) nur über kinematisch erlaubte Kanäle summiert werden darf, d.h. die Summe $\sum$ erstreckt sich nur über Quarks i, j mit

$$m_i + m_j < m_h \quad (2.237)$$

Im Fall des B-Systems bedeutet dies $i, j = u, c$ (kein Beitrag vom t -Quark). Die Integrationen in Gl. (2.231,232) lassen sich explizit durchführen, nur für den absorptiven Anteil ergeben sich jedoch handhabbare analytische Ausdrücke, so daß wir für den dispersiven Anteil numerische Ergebnisse in Tabelle 10 zeigen werden. Mit

$$A_{ij} = B_{ij} - \frac{5}{8} C_{ij} \quad (2.238)$$

erhalten wir

$$A_{ij}^{(a)} = - \frac{\pi}{2 x_h^2} \frac{1}{(1-x_i)(1-x_j)} \left\{ (x_i - x_j)^2 + x_h^2 - 2x_h(x_i + x_j) \right\}^{1/2} \cdot \left\{ \left(1 + \frac{1}{4} x_i x_j \right) \left[3x_h^2 - x_h(x_i + x_j) - 2(x_i - x_j)^2 \right] + 2x_h(x_i + x_j)(x_i + x_j - x_h) \right\} \quad (2.239)$$

Führen wir nun wie bei der Untersuchung des Systems $K^0-\bar{K}^0$ (s. Abschnitt 2.4.2) die folgende Kombination der Kurzdistanzfaktoren ein:

[GeV]				
QCD	0.1	0.2	0.3	0.5
$\eta_2^{(B)}$	0.84 - 0.88	0.82 - 0.86	0.81 - 0.85	0.78 - 0.83
$\eta_4^{(B)}$	1.07 - 1.08	1.10 - 1.12	1.12 - 1.14	1.17 - 1.20
$\eta_5^{(B)}$	0.86	0.86	0.87	0.89 - 0.90

Tabelle 9: Die Bereiche der Parameter $\eta_2^{(B)}$, $\eta_4^{(B)}$ und $\eta_5^{(B)}$ für verschiedene Werte von Λ_{QCD} für $4.6 < m_b < 5.2$ GeV und $25 < m_t < 80$ GeV.

n_t [GeV]	$U_{cc}^{(d)}$	$U_{tt}^{(d)}$	$U_{ct}^{(d)}$
25	3.28 10^{-5}	0.102	7.96 10^{-4}
	(3.06 10^{-5})	(9.2 10^{-2})	(1.75 10^{-3})
35	3.28 10^{-5}	0.185	9.93 10^{-4}
	(3.06 10^{-5})	(0.174)	(1.94 10^{-3})
45	3.28 10^{-5}	0.288	1.13 10^{-3}
	(3.06 10^{-5})	(0.276)	(2.07 10^{-3})
60	3.28 10^{-5}	0.473	1.28 10^{-3}
	(3.06 10^{-5})	(0.460)	(2.23 10^{-3})

Tabelle 10: Die Werte von $U_{cc}^{(d)}$, $U_{tt}^{(d)}$ und $U_{ct}^{(d)}$ für verschiedene Massen m_t und $m_c = 1.4$ GeV und $m_b = 4.6$ GeV. Die Werte in Klammern entsprechen $m_b = 0$.

$$U_{ij} = A_{uu} + A_{ij} - A_{ui} - A_{uj} \quad (2.240)$$

so lautet das Ergebnis:

$$M_{12}(\bar{B}_P^0 \rightarrow \bar{B}_P^0) = \frac{G_F^2 V_{cb}^2 V_{ub}^2 M_W^2 B_P}{12 \pi^2} \left(\lambda_c^{(P)2} U_1^{(d)} \gamma_1^{(B)} + \lambda_t^{(P)2} U_2^{(d)} \gamma_2^{(B)} + 2 \lambda_t^{(P)} \lambda_c^{(P)} U_3^{(d)} \gamma_3^{(B)} \right) \quad (2.241)$$

$$\Gamma_{12} (\bar{B}_F^0 \rightarrow B_F^0) = \frac{G_F^2 f_B^2 m_B^2 M_W^2 B_F}{12 \pi^2} \left(\lambda_c^{(p)1} U_{cc}^{(a)} + \lambda_t^{(p)1} U_{tt}^{(a)} + 2 \lambda_c^{(p)1} \lambda_t^{(p)1} U_{ct}^{(a)} \right) \quad (2.242)$$

Für $m_u = m_b = 0$ reduzieren sich $U_{cc}^{(d)}$, $U_{tt}^{(d)}$ und $U_{ct}^{(d)}$ auf die Ausdrücke $S(x_c)$, $S(x_t)$ und $S(x_c, x_t)$ Gl. (2.159); die Faktoren $\eta_i^{(B)}$ beschreiben die QCD-Korrekturen, deren Werte wir in Tabelle 9 angeben $\eta_2^{(B)}$, $\eta_4^{(B)}$ und $\eta_5^{(B)}$ hängen nur schwach von m_b , m_t und Λ_{QCD} ab. In Tabelle 10 zeigen wir $U_{ij}^{(d)}$ und $S(x_i, x_j)$ für verschiedene Werte von m_t und $m_b = 1.4$ GeV, $m_b = 4.6$ GeV. Die Berücksichtigung von $m_b \neq 0$ bewirkt eine Abweichung des Koeffizienten $U_{tt}^{(d)}$ von $S(x_t)$ um höchstens 10 %; für $U_{cc}^{(d)}$ und $U_{ct}^{(d)}$ hingegen ist der Effekt sehr viel größer. Diese beiden Funktionen liefern in unserer Analyse jedoch keine dominanten Beiträge. Vernachlässigen wir in Gl. (2.239) die Impulsabhängigkeit im W-Propagator und die Masse des u-Quarks, so erhalten wir unter Berücksichtigung der QCD-Korrekturen die folgenden Näherungen für die Koeffizienten $U_{ij}^{(a)}$:

$$U_{cc}^{(a)} = - \frac{3\pi}{2} \left(\frac{m_b}{M_W} \right)^2 \eta_4^{(B)} \left[\sqrt{1-4z} (1+2z) - 1 + 6z^2 - 4z^3 \right] + 16\pi \left(\frac{m_c}{M_W} \right)^2 \eta_5^{(B)} \left[\sqrt{1-4z} - (1-z)^2 \right] \quad (2.243)$$

$$U_{tt}^{(a)} = - \frac{3\pi}{2} \left(\frac{m_b}{M_W} \right)^2 \eta_4^{(B)} \quad (2.244)$$

$$U_{ct}^{(a)} = - \frac{3\pi}{2} \left(\frac{m_b}{M_W} \right)^2 \eta_4^{(B)} (3z^2 - 2z^3) - 8\pi \left(\frac{m_c}{M_W} \right)^2 \eta_5^{(B)} (1-z)^2 \quad (2.245)$$

mit

$$z = \frac{m_c^2}{m_b^2} \quad (2.246)$$

Diese Näherungen, die mit den entsprechenden Formeln in Ref. (138) identisch sind, reproduzieren im B-System das Ergebnis der exakten Formeln (2.239, 240, 242) mit einer Abweichung von höchstens 1 %.

Eine weitere Näherung, die eine Abweichung von M_{12} Gl. (2.241) von höchstens 1-2 % verursachen würde, besteht in der Vernachlässigung der Koeffizienten $U_{cc}^{(d)}$ und $U_{ct}^{(d)}$ gegenüber $U_{tt}^{(d)}$:

$$M_{12} = \frac{G_F^2 B_F f_B^2 m_B^{(P)} M_W^2}{12 \pi^2} \lambda_t^{(P)^2} u_{tt}^{(d)} \gamma_1^{(B)} \quad (2.247)$$

Diese Approximation ist im B-System gerechtfertigt, weil einerseits gilt $u_{tt}^{(d)} \gg u_{cc}^{(d)}, u_{ct}^{(d)}$ und weil andererseits die Faktoren $\lambda_t^{(P)}$, $\lambda_c^{(P)}$ und $\lambda_t \lambda_c$ in diesem Fall von der gleichen Größenordnung sind. Im Gegensatz hierzu wurde im K-System $\text{Re } M_{12}$ durch U_1 dominiert, während im M_{12} seine Hauptbeiträge von U_2 und U_3 erhielt. Bei unseren Rechnungen verwenden wir Gl. (2.241) und verwenden $\gamma_1^{(B)} = \gamma_3^{(B)} = 1$. Diese Korrekturen wurden bisher noch nicht berechnet; da sie jedoch ohnehin kleine Beiträge beeinflussen, wird hierdurch nur ein minimaler Fehler in Kauf genommen. Für $\gamma_2^{(B)}$ hingegen verwenden wir den korrekten Wert (s. Tab. 9, Ref. (114)).

Die Rechnungen zeigen, daß im gesamten Bereich der Parameter $\bar{R}$, τ_B , m_t und B , den wir in dieser Arbeit berücksichtigen, T_{12} Gl. (2.242) sehr viel kleiner ist als M_{12} Gl. (2.241) ($|T_{12}|/|M_{12}| < 0.1$). Dies bedeutet $d_1 \gg d_2$ (s. Abschnitt 2.3, Gln. (2.63,64) $d_1 = |M_{12}|^2 - \frac{1}{4} |T_{12}|^2$ und $d_2 = -\text{Re}\{M_{12} T_{12}^*\}$); außerdem weist d_2 positives Vorzeichen auf. Daher ergeben sich für ΔM und $\Delta \Gamma$ mit einer Genauigkeit von 10 % die folgenden Ausdrücke:

$$\Delta M = 2 |M_{12}| \quad (2.243)$$

$$\Delta \Gamma = 4 \frac{(\text{Im } M_{12} \text{Im } T_{12} + \text{Re } T_{12} \text{Re } M_{12})}{\Delta M} \quad (2.244)$$

Dies zeigt deutlich, daß die Näherung $\Delta M = 2 \text{Re } M_{12}$, die im K-System gültig war, hier nicht gerechtfertigt ist. Verwenden wir $M_{12} \gg T_{12}$ und Gl. (2.247) für M_{12} , so finden wir die folgenden einfachen Ausdrücke für die Phase κ des Parameters $\tilde{\gamma}_B = |\tilde{\gamma}_B| e^{i\kappa}$:

$$\cos \kappa = \frac{(\text{Re } \lambda_t)^2 - (\text{Im } \lambda_t)^2}{|\lambda_t|^2} \quad (2.245)$$

$$\sin \kappa = - \frac{2 \text{Re } \lambda_t \text{Im } \lambda_t}{|\lambda_t|^2} \quad (2.246)$$

Mit Hilfe dieser Überlegungen sind wir nun in der Lage, eine phänomenologische Analyse der Größen ΔM , $\Delta \Gamma$ und $\tilde{\gamma}_B$ durchzuführen. Wir verwenden hierbei unsere "Standard"-Parameter aus Abschnitt 2.5 ($m_c = 1.4 \text{ GeV}$ und $m_s = 150 \text{ MeV}$) und für die Massen der Mesonen B_d und B_s $m_B^{(d)} = 4.9 \text{ GeV}$ bzw. $m_B^{(s)} =$

5.1 GeV. Für die Zerfallskonstante $f_B^{(P)}$ wählen wir $f_B^{(P)} = f_K = 160 \text{ MeV}$ und für den "bag"-Parameter im B-System $B_K = B_P = B^{(137)}$.

Im Laufe dieser Untersuchung fanden wir⁽¹¹⁵⁾, daß sich die Abhängigkeit verschiedener Größen von den Parametern B und m_c sehr gut (mit 5-10 % Genauigkeit) angeben läßt, falls sie als Funktionen von $\bar{R}$ und δ (an Stelle von τ_B) aufgefaßt werden, indem man in den Gln. (2.241, 242) nur die Terme proportional zu $\lambda_c^{(P)2}$ berücksichtigt und die folgenden Proportionalitäten verwendet:

$$|\lambda_c^{(P)}|^2 \sim B_K^{-a} U_{tt}^{(d)-b} \quad \tau_B \sim B_K^a U_{tt}^{(d)-b} \quad a=0.6 \quad b=0.4 \quad (2.247)$$

diese Werte für a und b sind gültig im Bereich $25 \text{ GeV} < m_c < 60 \text{ GeV}$. Für feste Werte δ und $\bar{R}$ ergibt sich daher:

$$|M_{12}|_P \sim \frac{B_P}{B_K^{0.4}} U_{tt}^{(d)-0.6} = B_P^{0.4} U_{tt}^{(d)-0.6} \quad (2.248)$$

$$|T_{12}|_P \sim \frac{B_P}{B_K^{0.6}} U_{tt}^{(d)-0.4} = B_P^{0.4} U_{tt}^{(d)-0.4} \quad (2.249)$$

In Anhang 2 haben wir eine Reihe von Diagrammen zusammengestellt, die das Verhalten der untersuchten Größen bei Änderung von $\bar{R}$ zeigen; außerdem stellen wir dort die Abhängigkeit der interessierenden Parameter von der Phase δ dar.

Im folgenden wird eine Reihe von Ergebnissen diskutiert, die bei der Untersuchung der CP Verletzung im B-System benötigt werden.

i) Wir vergleichen zunächst die Massendifferenzen und Unterschiede in den Zerfallsbreiten der Masseneigenzustände im System $K^0-\bar{K}^0$ mit den Vorhersagen für das System $B^0-\bar{B}^0$; gemessen wurde:

$$(\Delta T)_K = T_L - T_S = 0.738 \cdot 10^{-14} \text{ GeV} \quad (2.71d)$$

$$(\Delta M)_K = M_L - M_S = 0.352 \cdot 10^{-14} \text{ GeV}$$

Da im Fall $B^0-\bar{B}^0$ gilt $\Delta M \gg |\Delta T|$ charakterisieren wir hier die Masseneigenzustände durch ihre Massen (H = schwer, L = leicht). In Fig. 15

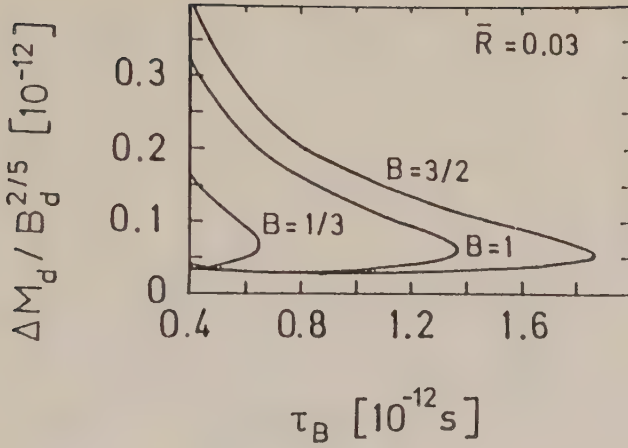


Fig. 15: Das Verhältnis $(\Delta M)_d / B^{2/5}$ für das B_d -System als Funktion von τ_B , $\bar{R} = 0.03$

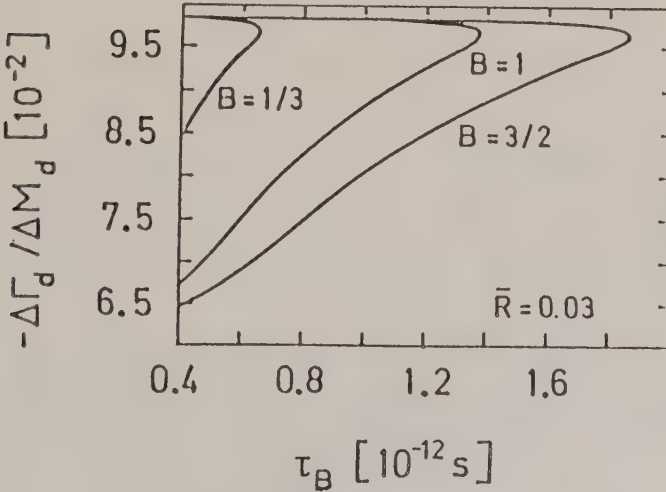


Fig. 16: Das Verhältnis $(-\Delta \Gamma_d) / \Delta M_d$ für das B_d -System als Funktion von τ_B , $\bar{R} = 0.03$, $B = 1/3, 1, 3/2$

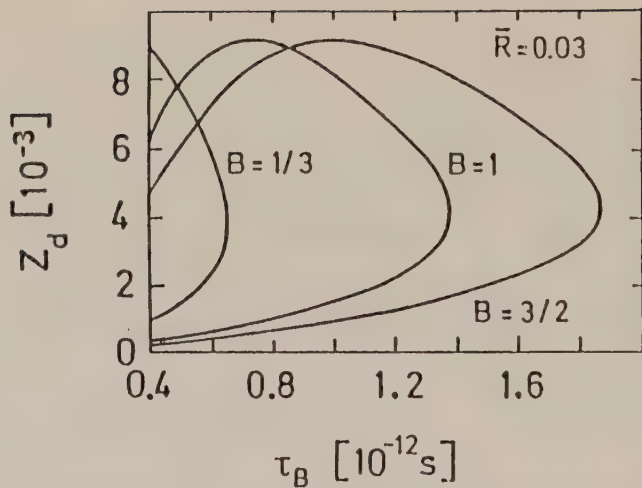


Fig. 17: Z_d als Funktion von τ_B für das B_d -System

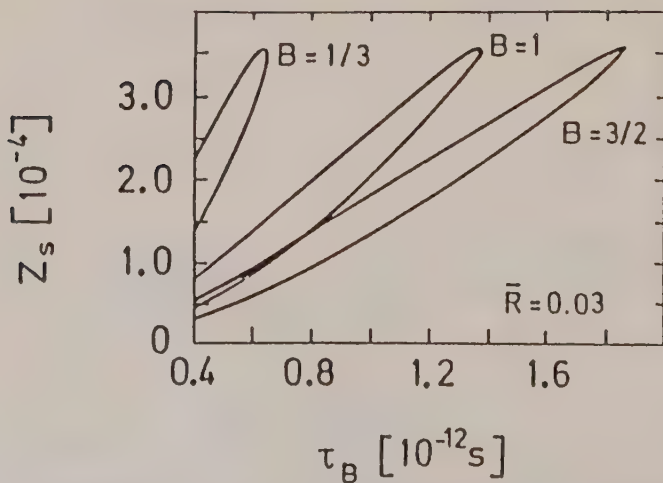


Fig. 18: Z_s als Funktion von τ_B für das B_s System

zeigen wir das Verhältnis $(\Delta M)_d / B^{2/5}$ für das System B_d als Funktion von τ_B für $m_c = 35 \text{ GeV}$, $\bar{R} = 0.03$ und $B = 1/3, 1, 3/2$. Wie schon bei der Analyse im Abschnitt 2.5 ergeben sich für jeden Satz von Werten der Parameter $\bar{R}$, m_c , τ_B und B zwei Lösungen. Der größere Wert für $(\Delta M)_d$ entspricht hierbei $\delta > \pi/2$. Auffallend ist, daß $(\Delta M)_d$ um etwa eine Größenordnung höher ist als $(\Delta M)_K$. Für feste Werte von δ und $\bar{R}$ ist die Abhängigkeit von $(\Delta M)_d$ gegeben durch

$$(\Delta M)_d \underset{\delta, \bar{R} \text{ fest}}{\sim} \frac{B_d}{B_K^{0.4}} U_{tt}^{(d) 0.6} \underset{\delta, \bar{R}, B_K \text{ fest}}{=} B^{0.4} U_{tt}^{(d) 0.6} \quad (2.250)$$

(s. Diagramme in Anhang 2).

Für die Massendifferenz im System der Mesonen B_s ($b\bar{s}$) finden wir den folgenden einfachen Zusammenhang:

$$(\Delta M)_s \approx 5.7 \frac{B_s}{\beta} U_{tt}^{(s)} \cdot 10^{-12} \text{ GeV} \underset{\delta, \bar{R} \text{ fest}}{\sim} \frac{B_s}{B_K^{0.4}} U_{tt}^{(s) 0.6} \quad (2.251)$$

mit $\tau_B = 8 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$. $(\Delta M)_s$ nimmt daher mit wachsenden Werten von B und $U_{tt}^{(s)}$ zu und ist umgekehrt proportional zu τ_B . Weiterhin sind die beiden Lösungen, die sich für feste Werte von B , m_c , τ_B und $\bar{R}$ ergeben, beinahe identisch. $(\Delta M)_s$ ist daher um fast zwei Größenordnungen größer als $(\Delta M)_K$.

Die Differenz der Zerfallsbreiten $(\Delta \Gamma)_{s,d}$ sind vergleichbar mit $(\Delta \Gamma)_K$ (B_d System) oder wenig größer als $(\Delta \Gamma)_K$ (B_s System). Das Verhältnis $|\Delta \Gamma| / \Delta M$ ist daher stets kleiner als 0.1; diese Tatsache wird bei der Untersuchung verschiedener CP Parameter zu beträchtlichen Vereinfachungen führen.

- ii) In Fig. 16 zeigen wir das Verhältnis $(-\Delta \Gamma / \Delta M)_d$ für das System B_d als Funktion von τ_B für $m_c = 35 \text{ GeV}$, $\bar{R} = 0.03$ und $B = \frac{1}{3}, 1$ und $\frac{3}{2}$. Auch hier entspricht der obere Ast der Lösung $\delta > \pi/2$. Für das System B_s ergibt sich der folgende einfache Ausdruck für $\Delta \Gamma / \Delta M$:

$$\left(\frac{\Delta \Gamma}{\Delta M} \right)_s \approx - \frac{0.017}{U_{tt}^{(s)}} \quad (2.252)$$

Daher ist dieses Verhältnis in guter Näherung unabhängig von $\bar{R}$, τ_B und B und nimmt monoton mit fallenden Werten m_t ab.

- iii) Die Abweichung der Größe $\eta_B = |\tilde{\eta}_B|$ von eins ist ein Maß für CP Verletzung (s. Abschnitt 2.3, Gl. (2.56, 2.67)). Da diese Abweichung nur sehr klein ist, scheint eine Untersuchung des Überlapps der Wellenfunktionen für die verschiedenen Masseneigenzustände angemessener:

$$Z = \langle B_H | B_L \rangle = \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \quad (2.253)$$

In den Figuren 17 und 18 zeigen wir Z_d und Z_s für die Systeme B_d bzw. B_s für $m_t = 35$ GeV, $\bar{R} = 0.03$ und $B = 1/3, 1, 3/2$. Für feste Werte von δ und $\bar{R}$ lautet die Abhängigkeit der Größen Z_p von m_t und B :

$$Z \approx \frac{1}{2} \operatorname{Im} \frac{V_{12}^{(d)}}{M_{12}} \sim 1/U_H^{(d)} \quad (2.254)$$

Z ist daher eine monoton fallende Funktion von m_t , mit $Z_d \approx 0$ (10^{-2}) und $Z_s \approx 0$ (10^{-4}).

- iv) Im Bereich $\bar{R} < 0.05$ und $\tau_B > 0.4 \cdot 10^{-12}$ sec gilt

$$\kappa_d = 2\delta \quad (2.255)$$

im B_s System ergibt sich eine kompliziertere Relation zwischen κ_s und δ .

Wir sind nun in der Lage, die Parameter x , y und $\sin 2\varphi$ zu berechnen, die wir bei der Untersuchung CP Verletzung im B System benötigen werden.

- v) Hierzu beginnen wir mit den Parametern x und y Gl. (2.229), die zur Untersuchung der Mischung im System $B^0 - \bar{B}^0$ dienen. In Fig. 19 zeigen wir das Verhältnis x_d/B als Funktion von τ_B für $m_t = 35$ GeV, $B = 1/3, 1, 3/2$ und $\bar{R} = 0.03$ (s. auch Anhang 2). Im Bereich $\delta > \pi/2$ erreicht x_d/B den Wert 0.2. Für feste Werte von δ und $\bar{R}$ hängt x_d folgendermaßen von B und m_t ab:

$$x_d \underset{\substack{\text{festes } \delta, \\ \bar{R}}}{\sim} B_d U_{tt}^{(d)} = \frac{B}{B_d \approx B} B U_H^{(d)} \quad (2.256)$$

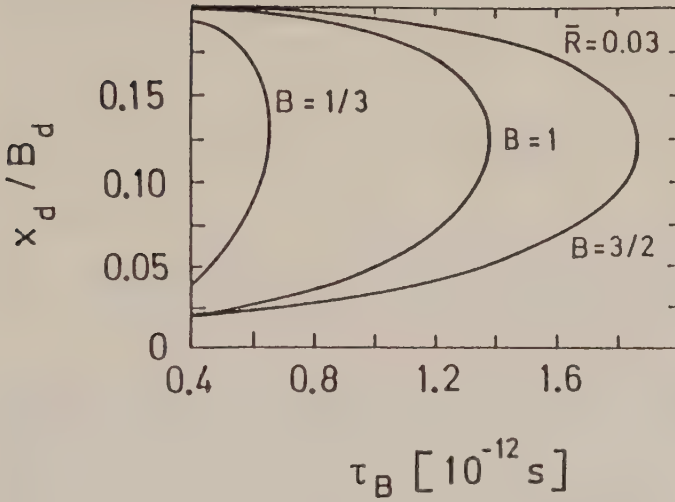


Fig. 19: Das Verhältniss x_d / B_d im B_d -System als Funktion von τ_B .

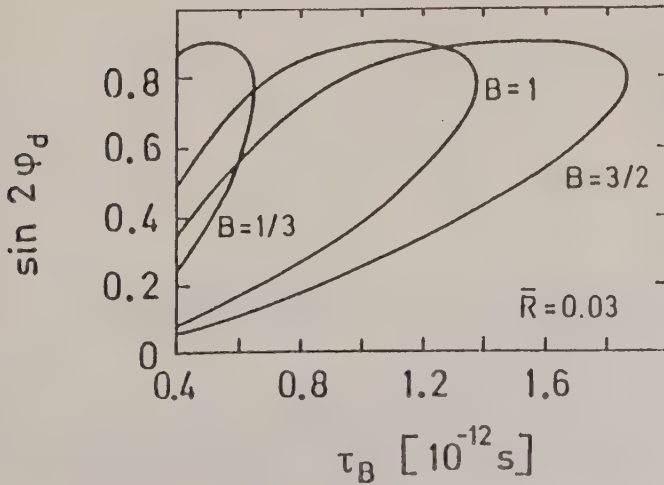


Fig. 20: $\sin 2\phi_d$ im B_d -System als Funktion von τ_B .

Im System B_s finden wir sehr viel größere Mischung; x_s ist im wesentlichen unabhängig von τ_B und $\bar{R}$ und in guter Näherung gegeben durch

$$x_s \approx 8.6 B_s u_H^{(d)} \quad (2.257)$$

Für $m_t = 35$ GeV erhalten wir $x_s \approx 0.55, 1.6, 2.4$ für $B_s = 1/3, 1$ und $3/2$. Weiterhin gilt für beide Systeme B_s und B_d

$$\frac{|y|}{x} = \frac{1}{2} \frac{|\Delta T|}{\Delta M} \ll 1 \quad (2.258)$$

Im gesamten Bereich τ_B ergibt sich z.B. $|y|/x < 0.05$ für $m_t = 35$ GeV, $B = 1$ und $\bar{R} = 0.03$.

vi) Betrachten wir abschließend die Phase φ , die in den Arbeiten (137,138) eingeführt wurde. Sie tritt in verschiedenen Ausdrücken für CP Asymmetrien auf, die bei exklusiven nichtleptonischen "on-shell" Zerfällen des B-Mesons eine Rolle spielen. Sei f ein Endzustand, in den sowohl B^0 als auch $\bar{B}^0$ übergehen können ($CP|f\rangle = |f\rangle$), dann ist φ gegeben durch

$$e^{-2i\varphi} = - \frac{1}{\bar{q}} \frac{\langle f | \hat{L}(\Delta B = 1) | B^0 \rangle}{\langle f | \hat{L}(\Delta B = 1) | \bar{B}^0 \rangle} \quad (2.259)$$

Als Beispiel behandeln wir die Zerfälle $B_d^0 \rightarrow D^0 + X \rightarrow K_s + Y + X$ und $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{D}^0 + X \rightarrow K_s + Y + X$ (137), für die sich in der Näherung $|\Gamma_{12}| \ll |M_{12}|$ und unter Verwendung von Gl. (2.247) für M_{12} ergibt:

$$\sin 2\varphi_d = \frac{2s_3(s_3 \cos \delta + s_2)}{s_3^2 + s_1^2 + 2s_2s_3 \cos \delta} \sin \delta \quad (2.260)$$

$$\cos 2\varphi_d = \frac{s_3^2 \cos 2\delta + s_1^2 + 2s_2s_3 \cos \delta}{s_3^2 + s_1^2 + 2s_2s_3 \cos \delta} \quad (2.261)$$

In Fig. 20 zeigen wir $\sin 2\varphi_d$ als Funktion von τ_B für $m_t = 35$ GeV, $B = 1/3, 1, 3/2$ und $\bar{R} = 0.03$. Für $\delta \approx \frac{1}{2}\pi$ (s. Anhang 2) oder große τ_B nimmt $\sin 2\varphi_d$ beträchtliche Werte an. Die Größe $\sin 2\varphi_s$ im System B_s ist sehr viel kleiner (137,138) und wird hier nicht untersucht.

Mit Hilfe der obigen Analyse lassen sich alle Größen, die vorgeschlagen wurden, um im Experiment CP Verletzung zu messen, unmittelbar als Funktionen der grundlegenden Parameter x , y und $\sin 2\gamma$ und hiermit als Funktionen von m_t , τ_B , $\bar{R}$ und B ausdrücken. In den nächsten beiden Abschnitten werden wir die Vorhersagen des Standardmodells für CP Verletzung im B System bei virtuellen und sog. "on-shell" Übergängen untersuchen.

2.7.2 CP Verletzung bei virtuellen Übergängen

Dieser Abschnitt befaßt sich mit einer Untersuchung derjenigen Größen, die analog zum K-System, CP Verletzung im System $B^0-\bar{B}^0$ bei virtuellen Übergängen beschreiben.

Ein geeignetes Maß für die Mischung im System $B^0-\bar{B}^0$ wurde von Okun, Sakharov und Pontecorvo vorgeschlagen⁽¹⁴⁷⁾ [F11]:

$$r_2 = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^{+-} + N^{-+} + N^{+-} + N^{-+}} = \frac{r + \bar{r}}{2 + r + \bar{r}} \quad (2.262)$$

$$\xrightarrow{\gamma \rightarrow 1} \frac{r}{1+r} \quad \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{x^2}{1+x^2}$$

oder äquivalent hierzu:

$$R_{\text{odd}} = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^{+-} + N^{-+}} = \frac{1}{2} (r + \bar{r}) \xrightarrow{\gamma \rightarrow 1} r \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{x^2}{2+x^2} \quad (2.263)$$

Die Größen r und $\bar{r}$ ⁽¹⁴⁸⁾ sind folgendermaßen definiert:

$$r = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow \ell^+ \bar{\nu} X^-)}{\Gamma(B^0 \rightarrow \ell^- \bar{\nu} X^+)} = \gamma^2 \frac{x^2 + \gamma^2}{2 + x^2 - \gamma^2} \quad (2.264)$$

$$\bar{r} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \ell^- \bar{\nu} X^+)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \ell^+ \bar{\nu} X^-)} = \gamma^{-2} \frac{x^2 + \gamma^2}{2 + x^2 - \gamma^2} \quad (2.265)$$

In den Gln. (2.262,263) bezeichnen N^{++} und N^{+-} die Anzahl von Leptonpaaren gleicher (positiver) bzw. unterschiedlicher elektrischer Ladung, die ihren Ursprung in der Produktion, der anschließenden Mischung und schließlich im Zerfall von $B^0-\bar{B}^0$ -Paaren bei e^+e^- Vernichtung haben. Findet keine Mischung

statt, so werden nur Leptonpaare mit unterschiedlicher elektrischer Ladung produziert, und es gilt $\tau_2 = R_{\text{odd}} = 0$. Zu bemerken ist hier, daß wegen der kurzen Lebensdauer des B-Mesons in den Gln. (2.264, 265) über die Zeitvariablen integriert wurde.

Die Gln. (2.262) und (2.263) sind gültig für den Fall, daß der relative Bahndrehimpuls des bei e^+e^- Vernichtung erzeugten Zustands $B^0\bar{B}^0$ ungerade ist. Dies ist gegeben für e^+e^- -Energien knapp über der $B\bar{B}$ -Schwelle, so daß der Zustand $B\bar{B}^* + B^*\bar{B}$ (mit dem Vektormeson B^*) nicht angeregt werden kann. Bei höheren Energien können auch Vektorzustände erzeugt werden (die hauptsächlich zerfallen über $B^* \rightarrow \gamma + B$), die zu $B^0\bar{B}^0$ -Konfigurationen mit geradzahligem Bahndrehimpuls führen. In diesem Fall ergibt sich für die $B^0\bar{B}^0$ Mischung^(137, 143) ($\eta^2 \approx 1$):

$$R_{\text{even}} = \frac{3x^2 + x^4 + \gamma^2(3+x^4) + \gamma^4(x^2-1)}{(1+\gamma^2)(1+x^2)^2 + (1-\gamma^2)^2(1-x^2)} \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x^4}{2 + x^2 + x^4} \quad (2.266)$$

An dieser Stelle ist jedoch zu bemerken, daß es sich im Allgemeinen (z.B. auf der Υ_{4S} Resonanz) um Mischungen aus Zuständen $B^0\bar{B}^0$ mit geradem und solchen mit ungeradem Bahndrehimpuls handeln wird, so daß sich R_{even} wohl nicht so einfach wie R_{odd} aus den Daten gewinnen lassen wird.

In Fig. 21 zeigen wir das Verhältnis $R_{\text{odd}}^{(d)}/B^2$ für das B_d System als Funktion von τ_B für $m_t = 35$ GeV, $B = 1/3, 1, 3/2$ und $\bar{R} = 0.03$. Für δ im zweiten Quadranten ergeben sich Werte der Größenordnung $0(10^{-2})$, während $\delta < \frac{\pi}{2}$ zu beträchtlich kleineren Werten führt. (Für das Verhalten von $R_{\text{odd}}^{(d)}/B^2$ als Funktion von δ s. Anhang 2.) $R_{\text{odd}}^{(d)}/B^2$ nimmt für festes δ mit wachsender Masse m_t zu (dies ist leicht einzusehen mit $R_{\text{odd}} \approx \frac{x_d^2}{2}$ und Gl. (2.256)).

Viel größere Werte ergeben sich für R_{odd} im System B_s . R_{odd} ist hier im wesentlichen von $\bar{R}$ und τ_B unabhängig, und für $m_t = 35$ GeV, $\bar{R} = 0.03$ erhalten wir die Werte 0.12, 0.33, 0.55 und 0.75 für $B = 1/3, \frac{2}{3}, 1$ und $3/2$. $R_{\text{odd}}^{(s)}$ wächst mit zunehmender "top"-Masse m_t , da mit Gl. (2.256) gilt $R_{\text{odd}} \sim U_{tt}^{(d)2}$.

Mit Hilfe von Gl. (2.266) und der Werte für x , die wir im letzten Abschnitt gefunden haben, läßt sich leicht zeigen, daß R_{even} im allgemeinen größer

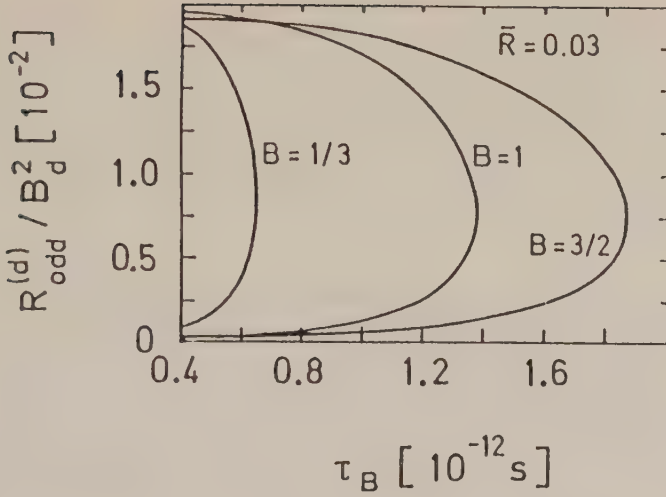


Fig. 21: Das Verhältnis $R_{\text{odd}}^{(d)} / B^2$ als Funktion von τ_B , $m_t = 35 \text{ GeV}$, $\bar{R} = 0,03$, $B = 1/3, 1, 3/2$.

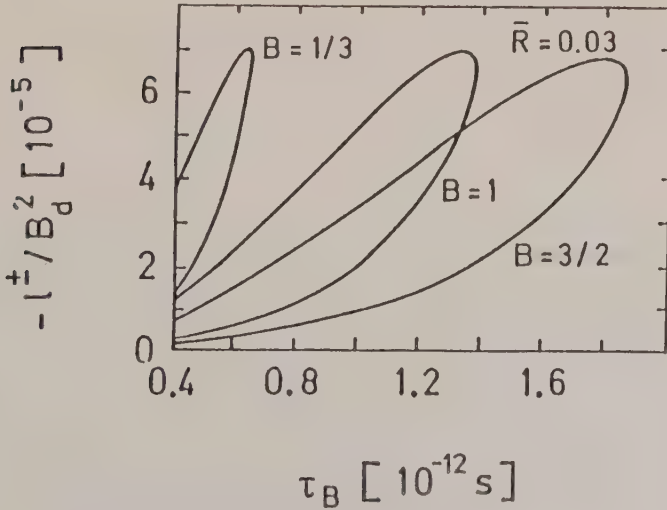


Fig. 22: Das Verhältnis $-l_d^+ / B^2$ als Funktion von τ_B , $m_t = 35 \text{ GeV}$, $\bar{R} = 0,03$, $B = 1/3, 1, 3/2$.

ist als R_{odd} . Im Fall des Systems B_d ist in den in dieser Arbeit verwendeten Bereichen der Parameter τ_B , $\bar{R}$ und $B R_{\text{even}}$ um einen Faktor 3 größer als R_{odd} . Für das B_s -System ergibt sich für $B = 1$ und $m_t = 35 \text{ GeV}$ $R_{\text{even}} \approx 1.25$, d.h. in diesem Fall sind Ereignisse mit Leptonpaaren gleichen bzw. unterschiedlichen Vorzeichens gleich häufig. Es gibt Hinweise darauf⁽¹⁴⁸⁾, daß ein Teil der bei $p\bar{p}$ -Vernichtung am CERN-SPS beobachteten Ereignisse mit Myonpaaren gleicher elektrischer Ladung auf die starke Mischung im System $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ zurückzuführen sind⁽¹⁴⁹⁾ [F12].

Die CP Verletzung bei virtuellen $B^0 - \bar{B}^0$ Übergängen läßt sich mit Hilfe der folgenden Ladungsasymmetrie⁽¹⁴⁷⁾ messen ($L = \text{ungerade}$):

$$a = \frac{N^{++} - N^{--}}{N^{++} + N^{--}} = \frac{r - \bar{r}}{r + \bar{r}} = \frac{\eta^L - 1}{\eta^L + 1} \approx -2Z \quad (2.267)$$

mit Z aus Gl. (2.253); sowohl für das System B_d als auch für das System B_s stellt der letzte Ausdruck eine ausgezeichnete Näherung dar, so daß wir a unmittelbar aus Fig. 17 bzw. Fig. 18 entnehmen können.

Die Meßbarkeit der Ladungsasymmetrie a hängt von der Größe der Mischung ab; falls diese nur klein ist, werden Leptonpaare gleichen Vorzeichens nicht erzeugt, und die Asymmetrie kann nicht beobachtet werden. Daher wird die sog. "totale Ladungsasymmetrie" aller primärer Leptonen betrachtet, die vom Zerfall des neutralen B-Systems stammen:

$$l^{\pm} = \frac{N^{+} - N^{-}}{N^{+} + N^{-}} = \frac{r - \bar{r}}{r + \bar{r}} \approx -2 \frac{R_{\text{odd}}}{1 + R_{\text{odd}}} Z \approx -2r_2 Z \quad (2.268)$$

Diese Größe zeigt in klarer Weise Abhängigkeit sowohl vom Ausmaß der Mischung (r_2) als auch der CP Verletzung (Z). Im Fall des B_s Systems ist der Vorfaktor $-2r_2$ im wesentlichen unabhängig von $\bar{R}$ und τ_B und ergibt sich für $m_t = 35 \text{ GeV}$ und $\bar{R} = 0.03$ zu -0.22 , -0.5 , -0.7 und -0.86 für $B = \frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1 bzw. $3/2$. Die Abhängigkeit der Asymmetrie $l_s^{\pm}$ von τ_B können wir daher unmittelbar aus Fig. 18 ablesen. Im Fall des Systems B_d ist R_{odd} nicht konstant; wir zeigen daher $l_d^{\pm}/B^2$ in Fig. 22. Auch hier ist $l_d^{\pm}/B^2$ unabhängig von B , falls wir diese Größe als Funktion von δ auffassen; dies läßt sich erklären mittels der B-Abhängigkeit der Parameter Z und x_d Gl.n. (2.254, 256) und $l_d^{\pm} \approx -2x_d^2 Z$. Auf die gleiche Weise ergibt sich die Abhängigkeit von der

Masse m_c für feste Werte von δ zu $l_d^{\pm} \sim U_{cd}^{(d)}$. $l_s^{\pm}$ hingegen variiert viel schwächer unter Änderungen von m_c . Obwohl gilt $|a_d| \gg |a_s|$ erhalten wir wegen der stärkeren Mischung im Fall $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ sowohl für B_d als auch für B_s Asymmetrien $l^{\pm}$ von vergleichbarer Größe; unglücklicherweise liefert das Standardmodell $l^{\pm} \approx 0(10^{-4} - 10^{-5})$, so daß eine Messung dieser Asymmetrie sehr schwierig ist, falls man von der Gültigkeit des Standardmodells ausgeht.

2.7.3 CP Verletzung bei direkten Übergängen

Eine weitere Möglichkeit der Untersuchung von CP Verletzung bieten die sog. "on-shell" Zerfälle der B-Mesonen^(136,137), die gemäß unserer Klassifikation in der Einleitung zur Beobachtung der "direkten" CP Verletzung führen können. Wie schon früher gezeigt wurde^(142,143), sind für diese Zerfälle beträchtlich größere CP Asymmetrien zu erwarten als im Fall der virtuellen CP Verletzung.

Betrachtet man einen Endzustand f , in den sowohl B^0 als auch $\bar{B}^0$ zerfallen können, so läßt sich eine CP Asymmetrie für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow B^0\bar{B}^0 + X$ definieren^[F13]:

$$A = \frac{\sigma(l^- X f) - \sigma(l^+ \bar{X} f)}{\sigma(l^- X f) + \sigma(l^+ \bar{X} f)} \quad (2.269)$$

$$= \frac{2xu^2 \sin 2\varphi}{1 + y^2 + 2y \cos 2\varphi} \xrightarrow{y \rightarrow 0} 2xu^2 \sin 2\varphi ,$$

falls $B^0\bar{B}^0$ in einem Zustand erzeugt wurden, der gerade unter Ladungskonjugation ist. Im Fall von ungerader C-Eigenschaft des Ausgangszustands $B^0\bar{B}^0$ verschwindet A. In Gl. (2.269) wurden die Größen $\sin 2\varphi$, $\cos 2\varphi$ Gl. (260,261) und die folgende Definition verwendet:

$$u = \frac{1 - \gamma^2}{1 + x^2} \quad (2.270)$$

Der Unterschied zwischen konjugierten Zerfallsbreiten $\Gamma(B^0 \rightarrow f)$ und $\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f})$ (für $\bar{\bar{f}} = f$) liefert die folgende CP Asymmetrie:

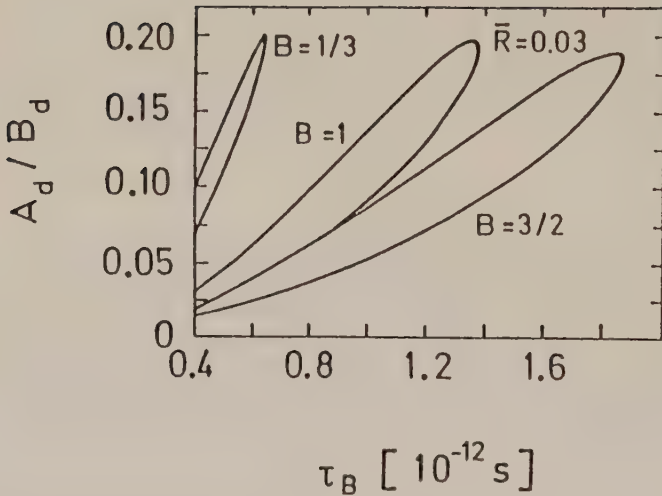


Fig. 23: Das Verhältnis A_d/B_d als Funktion von τ_B ,
 $m_t = 35 \text{ GeV}$, $\bar{R} = 0.03$, $B = 1/3, 1, 3/2$.

$$W = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f) - \Gamma(B^0 \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f) + \Gamma(B^0 \rightarrow f)} = \frac{x u \sin 2\varphi}{1 + \gamma \cos 2\varphi} \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} x \cdot u \cdot \sin 2\varphi \quad (2.271)$$

Die letzten Ausdrücke in den Gln. (2.269) und (2.271) stellen wegen der Kleinheit von γ gute Näherungen (1 %) für A bzw. W dar, so daß wir die folgende einfache Beziehung erhalten

$$A = 2 u W \quad (2.272)$$

Im Fall des B_d -Systems erhalten wir eine weitere Vereinfachung, weil für $m_t < 60 \text{ GeV}$ und $B < 1.5$ gilt $u_d \approx 1$. Für das System B_s erhalten wir mit $m_t = 35 \text{ GeV}$ $u_s = 9.8, 0.5, 0.25, 0.13$ für $B = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}$. Betrachten wir

die Werte für x und $\sin 2\varphi$ (s. Abschnitt 2.7.2), so zeigt sich, daß im Rahmen des Standardmodells sehr kleine Asymmetrien A und W im Fall B_s zu erwarten sind, daß sie jedoch im Fall B_d beträchtliche Werte annehmen können. Wir wählten hier als Beispiel die Übergänge $B_d^0 \rightarrow D^0 + X \rightarrow K_s + Y + X$ und $\bar{B}_d^0 \rightarrow \bar{D}^0 + X \rightarrow K_s + Y + X$ mit den hadronischen Endzuständen X und Y , die in beiden Zerfällen identisch sind, d.h. $|f\rangle = |K_s + Y + X\rangle$.

In Fig. 23 zeigen wir das Verhältnis A/B für das System B_d als Funktion von τ_B für $m_t = 35$ GeV, $\bar{R} = 0.03$ und $B = \frac{1}{3}, 1, \frac{3}{2}$. Dieses Verhältnis erreicht (für $\delta \approx 1/2\pi$, s. Anhang) den Wert 0.20. Für $B_d < 1$ und $m_t < 60$ GeV wächst A als Funktion von m_t wie $U_{tc}^{(d)}$. Offensichtlich läßt sich die Asymmetrie $W \approx 0.5 A$ im Fall B_d für den untersuchten Endzustand direkt aus Fig. 23 ablesen. Ein anderes Beispiel⁽¹⁵⁰⁾ mit $|f\rangle = |K \psi\rangle$ liefert $W \approx 0.35 A$. Die Asymmetrien A und W sind daher viel größer als a und 1^+ . Da jedoch die Verzweigungsverhältnisse für B^0 -Zerfälle in die in Frage kommenden Endzustände typischerweise von der Größenordnung $O(10^{-2})$ sind, erfordert die Beobachtung selbst derartige großer Asymmetrien wie sie das Standardmodell für das B_d System vorhersagt eine beträchtliche Statistik.

Zusammenfassung und Bemerkungen

Im vorliegenden Kapitel wurden die Definition der Parameter der CP Verletzung beschrieben und ihre Berechnung im Rahmen des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung diskutiert. Wir zeigten die Einschränkungen für die Parameter der Quark-Mischungsmatrix, die sich aufgrund der gemessenen CP Verletzung im $K^0\bar{K}^0$ System, der Lebensdauer des B-Mesons τ_B und des Verhältnisses $\bar{R}$ ergeben. Aufbauend auf diese Analyse fanden wir die Bereiche im Raum $(\bar{R}, \tau_B, m_t, B)$, in denen das Standardmodell vereinbar ist mit der CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen; schließlich zeigten wir untere Schranken an m_t und ϵ'/ϵ als Funktionen von τ_B . Aufgrund der Unsicherheiten bei der Abschätzung der hadronischen Matrixelemente, insbesondere die Berücksichtigung der sog. "Kontaktterme" im Fall des "Pinguin" Matrixelements führte zu einer beträchtlichen Reduzierung der Untergrenze für ϵ'/ϵ , läßt sich zur Zeit bei Annahme geeigneter Werte der Parameter B und B' kaum eine Diskrepanz zwischen den Vorhersagen des Standardmodells und den vorliegenden experimentellen Ergebnissen für das Verhältnis ϵ'/ϵ

finden. Auf der anderen Seite weisen die gemessenen Zerfallsparameter des B-Mesons im Fall einer möglichen Entdeckung des "top"-Quarks mit einer Masse von 0 (40 GeV) unter der Annahme realistischer Werte für B und B' auf Schwierigkeiten des Standardmodells bei der Erklärung der folgenden Befunde hin:

- i) Der experimentelle Wert für $\Delta M = K_L - K_S$ ist größer als durch das Standardmodell vorhergesagt wird - in unserer Analyse hatten wir daher den experimentellen Wert verwendet und angenommen, daß die Diskrepanz durch sog. "langreichweitige" Beiträge hervorgerufen wird;
- ii) Für ϵ liefert das Standardmodell im Fall $B \approx 1$, $\bar{R} < 0.02$ und $\tau_B \approx 1.1 \times 10^{-12}$ s. Werte, die kleiner sind als das experimentelle Ergebnis $|\epsilon_H| = 2.28 \times 10^{-3}$; in diesem Fall läßt sich Übereinstimmung nur durch $B \gg 1$ oder durch Beiträge zusätzlicher Wechselwirkungen erzielen, die durch Erweiterungen des Standardmodells hervorgerufen werden;
- iii) Da die Berechnung der Matrixelemente von "Penguin" Operatoren auf Werte führt, die um einen Faktor 5-8 zu klein sind zur Erklärung der $\Delta I = 1/2$ Regel bei rein hadronischen schwachen Zerfällen, erscheint der Ursprung dieser empirischen Regel erneut als völlig ungeklärt [F14].
- iv) Sollte sich für das Verhältnis ϵ'/ϵ tatsächlich ein negativer Wert ergeben - das experimentelle Ergebnis am INL könnte ein Anzeichen hierfür sein - so wäre die Berechnung der Matrixelemente elektromagnetischer "Penguin"-Operatoren und die Bestimmung ihrer Vorzeichen relativ zu den QCD-Beiträgen unerläßlich; andererseits könnte auch in diesem Fall ein Hinweis auf eine notwendige Erweiterung des Standardmodells vorliegen, die aufgrund zusätzlicher Beiträge zu ϵ' mit entgegengesetztem Vorzeichen zu einer Überkompensierung des "Standard"-beitrags führt.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels beschäftigten wir uns mit den Systemen der neutralen Mesonen $B_d^0 \bar{B}_d^0$ und $B_s^0 \bar{B}_s^0$, die aufgrund der Struktur der relevanten Feynman Diagramme (innere Linien $Q = \frac{2}{3}$ Quarks) und der langen Le-

bensdauer des B-Mesons für künftige CP Untersuchungen außerhalb des $K^0\bar{K}^0$ Systems am aussichtsreichsten erscheinen. Wir fanden im Fall $B_s^0\bar{B}_s^0$ beträchtliche Mischung für $\delta > \pi/2$; im Rahmen des Standardmodells ergeben sich für beide Systeme jedoch nur sehr kleine Werte für die Asymmetrien zur Messung der virtuellen CP Verletzung bei Erzeugung von $B^0\bar{B}^0$ durch e^+e^- -Ver-nichtung, Mischung und anschließend semileptonischen Zerfall der B-Me-sonen. Auf der anderen Seite sind im Rahmen des Standardmodells für $B_d^0\bar{B}_d^0$ bei "on shell" Zerfällen große Werte für die Asymmetrien A und W ($A_{\text{odd}} \approx 0.2$ f. $\delta > \pi/2$) zu erwarten, die bei ausreichender Statistik meßbar erscheinen.

Im nächsten Kapitel werden wir die Konsequenzen für die Parameter der CP Verletzung untersuchen, die sich im Rahmen supersymmetrischer Erweiterun-gen des Standardmodells ergeben; diese Untersuchung dient einerseits dazu, im Fall möglicher Schwierigkeiten des Standardmodells (i) - iv)) Lösun-gen zu finden, andererseits besteht die Hoffnung, aufgrund ihrer Vorher-sagen zumindest einen Teil der Erweiterungen auszuschließen, falls die Größen τ_B , $\bar{R}$, m_t und g'/E genauer bestimmt und verschiedene Asymmetrien im $B^0\bar{B}^0$ System gemessen wurden.

3. CP Verletzung in supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells

Symmetrieprinzipien sowohl globaler als auch lokaler Art spielen in der modernen Teilchenphysik eine fundamentale Rolle. Auf dem klassischen und phänomenologischen Niveau beschreiben globale Symmetrien viele der näherungsweise gültigen Regelmäßigkeiten (z.B. des Hadronspektrums in der starken Wechselwirkung), während lokale (Eich-) Symmetrien die Wechselwirkungen der fundamentalen Konstituenten der Materie erklären und vereinheitlichen (z.B. "Große Vereinigte Theorien" GUTs). Auf dem Niveau der Quantentheorie ermöglichen Symmetrien (mit Hilfe der Ward Identitäten) das Studium des Ultraviolettverhaltens und der Renormierung von feldtheoretischen Modellen. Insbesondere die Konstruktion von Modellen mit lokaler Yang-Mills Symmetrie, die asymptotische Freiheit aufweisen, hat erheblich zum Verständnis des Quantenverhaltens der Materie bei kurzen Abständen beigetragen. Sollte es nun möglich sein, dies auf das Quantenverhalten der Gravitation (Quantengravitation) auszudehnen, so wäre dies ein Schritt hin zu einer befriedigenden Beschreibung der Mikronatur mit Hilfe von fundamentalen Fermionen, die sich in Multipletts einer vereinheitlichten Gruppe anordnen lassen, und bosonischen Eichteilchen als Trägern der Wechselwirkungen. Noch ästhetischer wäre die Realisierung einer Symmetrie in der Natur, die Bosonen und Fermionen, die Konstituenten und die Träger der Wechselwirkungen, in einheitlicher Weise behandelt.

Die Supersymmetrie hat seit ihrer Entdeckung vor mehr als zehn Jahren⁽¹⁵²⁾ starke Faszination ausgeübt, weil sie erlaubt, Raum-Zeit Symmetrien und innere Symmetrien (erweiterte Supersymmetrie $N > 1$), Fermionen und Bosonen, und Gravitation und Materie (lokale Supersymmetrie) unter einem einheitlichen Aspekt zu betrachten. Unter ziemlich allgemeinen Annahmen handelt es sich um die größte Symmetrie, die die S-Matrix aufweisen kann⁽¹⁵³⁾. Unter der (Poincaré) Supersymmetrie verstehen wir eine Erweiterung der gewöhnlichen Raum-Zeit Symmetrien durch N (in dieser Arbeit $N = 1$) spinorielle Generatoren Q , deren Antikommutator den Translationsoperator liefert $\{Q, Q\} = P$. Diese Symmetrie kann auf gewöhnlichen Feldern (Funktionen der Raum-Zeit) durch Transformationen realisiert werden, die Bosonen und Fermionen ineinander überführen, so daß Teilchen mit unterschiedlichem Spin in gemeinsamen irreduziblen "Supermultipletts" auftreten. Auf diese Weise

ergeben sich neue Relationen zwischen den Massen dieser Teilchen (Gleichheit bei ungebrochener Supersymmetrie) und zwischen verschiedenen Kopplungen (Eichkopplung und skalare Selbstwechselwirkung) in supersymmetrischen Modellen. Dies ist analog zu "Großen vereinheitlichen Theorien" (GUTs)⁽¹⁵⁴⁾, in denen Relationen zwischen verschiedenen Eichkopplungen und dadurch, daß Quarks und Leptonen in gemeinsamen Multipletts angeordnet werden, Relationen zwischen deren Massen auftreten.

Auf dem Niveau der Quantentheorie weisen renormierbare globale supersymmetrische Modelle ein verbessertes Ultraviolettverhalten auf: Da sich gewisse bosonische und fermionische Beiträge nur in ihrem Vorzeichen unterscheiden und daher gegenseitig wegheben, treten keine quadratischen Divergenzen auf. Diese Eigenschaft führt zu den sog. "Nichtrenormierungstheoremen"⁽¹⁵⁵⁾, die besagen, daß in supersymmetrischen Theorien zwar Wellenfunktionsrenormierung für jedes chirale und jedes Eichmultipllett und Renormierung der Eichkopplung erforderlich sind, nicht jedoch die von Massen und von skalaren und Yukawa-Kopplungskonstanten. Auf diese Weise lassen sich in supersymmetrischen GUT Modellen verschiedene Massenhierarchien aufrecht erhalten, ohne Ordnung für Ordnung der Störungstheorie die relevanten Parameter des Higgspotentials erneut (sehr genau) justieren zu müssen. Obwohl weiterhin der Ursprung dieser Massenhierarchien ungeklärt bleibt, ist hiermit zumindest ihre Stabilität unter Strahlungskorrekturen gewährleistet, so daß die Supersymmetrie zu einer Lösung des technischen Aspekts des sog. "Eichhierarchie"-Problems⁽¹⁵⁶⁾ in GUT-Modellen führt. Diese Eigenschaft hatte eine Reihe von Anwendungen im Rahmen global ^{super}symmetrischer GUT Modelle zur Folge⁽¹⁵⁷⁾.

Gegenwärtig gibt es keinerlei experimentelle Evidenz dafür, daß Supersymmetrie als fundamentale Symmetrie der Natur realisiert ist (insbesondere wurde bisher kein einziger der Superpartner entdeckt, der zusätzlich zu jedem der bekannten Teilchen auftreten und dessen Spin sich um $\frac{1}{2}$ unterscheiden muß); offensichtlich ist nur, daß diese Symmetrie in dem Energiebereich stark gebrochen sein muß, der heute verfügbaren Beschleunigern zugänglich ist. Es erscheint daher interessant, die Voraussagen supersymmetrischer Versionen des Standardmodells bei niedrigen Energien zu untersuchen, um zumindest Einschränkungen für die Bereiche der zusätzlich auftre-

tenden Parameter zu finden. Der Brechnungsmechanismus der Supersymmetrie hat hierbei die Massenaufspaltung der Zustände der Supermultipletts und die Brechungsskala der schwachen Wechselwirkung von der Größenordnung 0 (200 GeV) zu induzieren. Um jedoch quadratische Divergenzen der Massen von Skalaren zu vermeiden, muß es sich um eine "weiche"⁽¹⁵⁸⁾ Brechung der Supersymmetrie handeln. Speziell im Fall der spontanen Brechung, die das Auftreten eines Goldstone Fermions, des Goldstinos, zur Folge hat, ist die Massenaufspaltung zwischen Boson b und Fermion f eines Supermultipletts durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$m_b^2 - m_f^2 = g_{bf} M_s^2 \quad (3.1)$$

mit der Kopplung g_{bf} des Goldstinos an das Supermultiplett und der Brechungsskala der Supersymmetrie M_s . Es lassen sich nun Modelle konstruieren⁽¹⁵⁹⁾, in denen die effektive Kopplung des Goldstinos an die gewöhnliche Materie und deren Superpartner sehr schwach ist

$$g_{bf} \sim M_W / M_P \quad (3.2)$$

so daß sich eine Brechungsskala M_s von der Größenordnung 10^{10} GeV ergibt. Auf diese Weise werden Schwierigkeiten mit ABJ Anomalien, flavorändernden neutralen Strömen oder einer Brechung der Farb- oder der elektromagnetischen Wechselwirkung vermieden (wie sie in Modellen mit $M_s \approx M_W$ ⁽¹⁶⁰⁾ auftreten).

Bei derart hohen Brechungsskalen M_s ist die Gravitation jedoch nicht mehr vernachlässigbar: die durch die Gravitation bedingte Wechselwirkung zwischen Goldstino und "gewöhnlicher" Materie ($m \approx M_W$) lautet:

$$g_{bf} \sim \sqrt{G_N} m \approx M_W / M_P \quad (3.3)$$

und ist daher von der gleichen Größenordnung wie die entsprechende nicht-gravitativ Kopplung Gl. (3.2). Die Beschreibung derartiger Modelle erfolgt daher am geeignetsten im Rahmen der lokalen Supersymmetrie, die die Gravitation beinhaltet und daher als Supergravitation⁽¹⁶¹⁾ bezeichnet wird. Die Kopplung g_{bf} wird hierbei allein durch die Supergravitation induziert. Neben dem Graviton mit Spin 2 weisen lokal supersymmetrische Modelle einen

Partner mit Spin $3/2$ auf, das Gravitino. Wird die Supergravitation bei einer Skala M_s gebrochen, so ergibt sich eine Gravitinomasse von etwa $m_{3/2} \approx M_s^2/M_{Pl}^{(162)}$ (Super-Higgs-Effekt). Die Brechung der Supergravitation kann die Brechung der schwachen Wechselwirkung bei einer Skala $M_w \approx m_{3/2}$ induzieren. Ein Vorteil lokal supersymmetrischer Modelle gegenüber solchen mit globaler Supersymmetrie besteht darin, daß sich die kosmologische Konstante zumindest durch Anpassen der Parameter im Superpotential ("fine tuning") eliminieren läßt⁽¹⁶³⁾.

Die Tatsache, daß $N = 1$ Supergravitation nicht renormierbar ist, erfordert die Einführung eines Abschneideparameters; falls wir diesem den Wert der Planckmasse zuweisen, bleiben die Vorhersagen der im folgenden diskutierten Modelle stabil⁽¹⁶⁴⁾; der Niederenergiesektor dieser Modelle kann jedoch als effektive renormierbare Feldtheorie aufgefaßt werden. Dieser Sektor weist explizit weich gebrochene Supersymmetrie mit festgelegten Brechungstermen auf.

Im folgenden beschreiben wir zunächst kurz die Grundzüge spontan gebrochener $N = 1$ Modelle der Supergravitation; anschließend untersuchen wir die zusätzlichen Quellen für CP Verletzung und die Einschränkung an die Parameter, die sich aufgrund der oberen Schranken für das elektrische Dipolmoment des Neutrons ergeben, um schließlich die Vorhersagen für ϵ'/ϵ und für die Asymmetrieparameter im System $B^0\bar{B}^0$ mit den Vorhersagen im Standardmodell vergleichen zu können.

3.1 Einführung in spontan gebrochene $N = 1$ Modelle der Supergravitation

In diesem Abschnitt stellen wir die allgemeinen Eigenschaften lokal supersymmetrischer Eichtheorien vor⁽¹⁶⁵⁾. Wir beschränken uns hierbei auf Modelle mit $N = 1$ Supersymmetrie, weil das Spektrum der Quarks und Leptonen nicht mit dem Teilcheninhalt von $N > 1$ Theorien vereinbar ist, die nur reelle Darstellungen der Materiemultipletts unter den auftretenden Eichgruppen zulassen.

Die allgemeinste Wirkung eines Systems, in dem Yang-Mills Sektor und Materie Supergravitation miteinander gekoppelt sind, lautet:

$$A = \int d^4x d^4\theta E \left\{ \bar{\Phi} (S e^V S^+) + \operatorname{Re} g(s) \bar{R}^4 + \operatorname{Re} f_{\alpha\beta}(s) W^\alpha W^\beta \bar{R}^{-4} \right\} \quad (3.4)$$

mit dem Eichmultipllett $V = (C, \xi, H, K, V_\mu, \lambda, D)$, das zur adjungierten Darstellung der Eichgruppe G gehört, den (im allgemeinen reduziblen) chiralen Superfeldern $S^a = (Z^a = A^a + iB^a, \chi_L^a, h^a = F^a + iG^a)$, dem eichinvarianten Superpotential $g(S)$, der eichinvarianten reellen Funktion $\bar{\Phi}$ von S^a und S^{a+} , den eichinvarianten chiralen Superfeldern W^α , die die Feldstärke enthalten, und dem chiralen Superfeld $f_{\alpha\beta}$, das sich wie das symmetrische Produkt zweier adjungierter Darstellungen von G transformiert. E bezeichnet die Vierbeindeterminante und R das chirale Superfeld der skalaren Krümmung. Die einfachste Wahl für das Multipllett der $N = 1$ Supergravitation lautet $(e_{a\mu}, \psi_\mu, S, P, \Lambda_\mu)$ mit den Spin 2 und Spin 3/2 Feldern $e_{a\mu}$ (Vierbein) und ψ_μ (Gravitino) und dem minimalen Satz von Hilfsfeldern S, P und Λ_μ ⁽¹⁶⁶⁾. Mit Hilfe von Gl. (3.4) und dem Tensorformalismus, der die Regeln für die konsistente Multiplikation der verschiedenen Multiplletts beinhaltet, fanden Cremmer et al. ⁽¹⁶⁵⁾ den allgemeinen Lagrangeoperator in Komponentenformulierung. Diese Lagrangedichte ist charakterisiert durch die komplexe Funktion $f_{\alpha\beta}(Z)$ und die reelle Funktion $G(Z_i, \bar{Z}^j)$. In erster Ordnung ergibt sich das folgende Potential für die skalaren Felder:

$$e^{-1} V = - \frac{1}{\kappa^2} e^{-G} \left\{ 3 + (\psi^{-1})^i_j \psi^j_i \psi_j \right\} + \frac{1}{2} D_\alpha^2 \quad (3.5)$$

mit

$$\begin{aligned} e &= (-\det |g_{mn}|)^{1/2} \\ G &= J - \ln(\kappa^2 |g(z)|^4 / 4) \\ J &= 3 \ln(-\kappa^2 \phi(z, \bar{z}) / 3) \\ D_\alpha^2 &= \tilde{g}^2 \operatorname{Re} f_{\alpha\beta}^{-1} (\psi^i \tau^\alpha_{ij} z_j) (\psi^k \tau^\beta_{kl} z_l) / \kappa^4 \\ \kappa &= 4\pi G_N \\ G_i &= \partial G / \partial z_i & \psi^i &= \partial G / \partial z^i \\ G^i_j &= \partial^2 G / \partial z_i \partial \bar{z}^j = J^i_j & (\psi^{-1})^i_j \psi^j_k &= \delta^i_k \end{aligned}$$

Z_i bezeichnet hierbei die skalare Komponente des chiralen Feldes S_i . Das sog. Kähler Potential $J(Z_i, \bar{Z}^i)$ legt die kinetische Energie der skalaren Felder fest:

$$\frac{e}{4\pi} J^i_j D_m z_i D^m z^{*j} \quad (3.8)$$

mit der kovarianten Ableitung D_m (Kovarianz bezüglich der Eichgruppe und der Gravitation). Diese Form der kinetischen Energie gleicht der in nicht-linearen σ -Modellen, in denen die Konfigurationsmannigfaltigkeit der Felder Z_i und Z^{*i} eine Kähler Mannigfaltigkeit darstellt⁽¹⁶⁷⁾.

Wir geben zunächst eine kurze Erläuterung zum Begriff der Kähler Mannigfaltigkeit. Eine N-dimensionale komplexe Mannigfaltigkeit ist eine Mannigfaltigkeit mit komplexen Koordinaten Z_i ($i = 1, \dots, N$) und Z^{*i} . Eine komplexe Mannigfaltigkeit ist hermitesch, falls das Linienelement ds^2 die folgende Form aufweist

$$ds^2 = J^i_j dz_i d\bar{z}^{\bar{j}} \quad (3.9)$$

mit der hermiteschen Metrik J^i_j ; ds^2 ist dann reell. Eine Kähler Mannigfaltigkeit ist eine hermitesche Mannigfaltigkeit, deren Metrik sich schreiben läßt als

$$J^i_j = \frac{\partial^2 J}{\partial z_j \partial \bar{z}^{\bar{i}}} \quad (3.10a)$$

so daß die sog. Kähler Bedingungen automatisch erfüllt sind:

$$\frac{\partial}{\partial z_k} J^i_j = \frac{\partial}{\partial \bar{z}^{\bar{j}}} J^i_k \quad (3.10b)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial z^{*k}} J^i_j = \frac{\partial}{\partial \bar{z}^{\bar{k}}} J^k_j$$

Das sog. Kähler Potential J ist durch Gl. (3.10) nicht eindeutig bestimmt; die Kähler Metrik J^i_j ist nämlich invariant unter den folgenden Verschiebungen des Kähler Potentials

$$J \longrightarrow J + F(z_i) + F^*(z^{*i}) \quad (3.11)$$

mit der analytischen Funktion $F(Z_1)$. Auf der Kähler Mannigfaltigkeit lassen sich der Levi-Civita Zusammenhang und der Krümmungstensor definieren. Der Ricci-Tensor lautet

$$R^i_j = \frac{\partial^2}{\partial z^i \partial \bar{z}_j} \left(\ln \det |g'_{\alpha\beta}| \right) \quad (3.12)$$

Aus den Gln. (3.5 - 3.8) geht hervor, daß das skalare Potential und die kinetische Energie der skalaren Felder von der Wahl von J und $f_{\alpha\beta}$ abhängen. Im Fall der minimalen Kopplung wählt man üblicherweise

$$J = - \frac{\kappa^2}{2} |z_i|^2 \quad f_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \quad (3.13)$$

In diesem Fall $J^i_j = - \frac{\kappa^2}{2} \delta_{ij}$ und $R^i_j = 0$; die kinetische Energie der Skalare ist daher kanonisch und die Kähler Mannigfaltigkeit flach. Das Potential der skalaren Felder nimmt die folgende Form an:

$$\begin{aligned} e^{-V} &= \frac{1}{2} e^{\frac{\kappa^2}{2} z_i z^{*i}} \left\{ \left| \frac{\partial g}{\partial z_i} \right|^2 + \frac{\kappa^2}{2} z^{*i} g \right|^2 - \frac{3}{2} \kappa^2 |g|^2 \right\} + \frac{1}{2} D_\alpha^2 \\ \mathcal{D}^\alpha &= \frac{1}{2} \tilde{g} z^{*i} T^{\alpha}_{ij} z_j \end{aligned} \quad (3.14)$$

$\tilde{g}$: Eichkopplung.

In diesem Fall ist Φ gegeben durch

$$\Phi(z_i, z^{*i}) = - \frac{3}{\kappa^2} e^{-\frac{\kappa^2}{6} z_i z^{*i}} \quad (3.15)$$

Da jedoch kein Prinzip existiert, das J festlegen würde, erscheint es interessant, die Konsequenzen von Potentialen zu untersuchen, die von Gl. (3.13) abweichen. Vorgeschlagen wurde z.B. ⁽¹⁶⁸⁾:

$$J = 3 \ln \left\{ 1 - \frac{\kappa^2}{6} |z_i|^2 \right\} \quad f_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \quad (3.16)$$

hierbei gilt:

$$\Phi = - \frac{3}{\kappa^2} \left(1 - \frac{\kappa^2}{6} |z_i|^2 \right) \quad (3.17)$$

Bei Gl. (3.16) handelt es sich um das Kähler Potential der Wess-Zumino Supergravitation⁽¹⁶⁹⁾, das nicht flach ist und auf die folgende Metrik führt:

$$J^i_j = G^i_j = -\frac{\kappa^2}{2} \left\{ \frac{\delta_{ij}}{1 - \frac{1}{6} \kappa^2 |Z_i|^2} + \frac{\kappa^2}{6} \frac{Z_i \bar{Z}^i}{(1 - \frac{1}{6} \kappa^2 |Z_i|^2)^2} \right\} \quad (3.18)$$

Die kinetische Energie der skalaren Felder ist daher nicht kanonisch, und wegen des negativen Vorzeichens für $|Z_i|^2$ ist die zugehörige Kähler Mannigfaltigkeit nichtkompakt. Sie kann realisiert werden in Form des Quotientenraums $SU(N+1)/[SU(N) \times U(1)]$ (im Fall von N komplexen Skalaren). Mit Hilfe der Kähler Metrik J^i_j Gl. (3.18) erhalten wir zunächst

$$\det |J^i_j| = \left(-\frac{\kappa^2}{2}\right)^N \left(1 - \frac{\kappa^2}{6} |Z_i|^2\right)^{-(N+1)} \quad (3.19)$$

und hiermit den Ricci Tensor⁽¹⁷⁰⁾

$$\begin{aligned} R^i_j &= \frac{\partial^2}{\partial Z_i \partial \bar{Z}^j} \left\{ \ln \det |J^i_j| \right\} \\ &= -\frac{N+1}{3} J^i_j = -\frac{N+1}{3} G^i_j \end{aligned} \quad (3.20)$$

Dies zeigt, daß die Kähler Mannigfaltigkeit der Wess-Zumino Gravitation gekrümmt ist und daß es sich um einen Einstein Raum handelt. Das zugehörige skalare Potential lautet:

$$e^{-4V} = \frac{1}{(1 - \frac{\kappa^2}{6} |Z_i|^2)^2} \left\{ \frac{1}{2} \left| \frac{\partial g}{\partial Z_i} \right|^2 - \frac{3}{4} \kappa^2 \left| g - \frac{1}{3} Z_i \frac{\partial g}{\partial Z_i} \right|^2 \right\} \quad (3.21)$$

Im folgenden beschäftigen wir uns mit der spontanen Brechung der lokalen Supersymmetrie. Betrachten wir die Hilfsfelder, die als Partner der Spin 1/2 Fermionen auftreten, so erhält man die Terme, die keine Raum-Zeit Ableitung aufweisen, durch eine Supersymmetrietransformation der Spin 1/2 Fermionen der Theorie. Für die chiralen Fermionen lautet das Hilfsfeld:

$$\begin{aligned} F_i &= e^{-g_h} (\psi^{-1})^j_i \psi_j + \frac{1}{4} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} (\psi^{-1})^{\alpha}_i \lambda^{\beta} \lambda^{\gamma} \\ &\quad - (\psi^{-1})^{\alpha}_i \psi_{\alpha}{}^{\beta} \chi_j \chi_{\beta} - \frac{1}{2} \chi_i (\psi_j \chi^j) \end{aligned} \quad (3.22)$$

und im Fall von Eichfermionen:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_\alpha = & i \kappa \epsilon_{\alpha\beta} \left\{ -\tilde{g} g^i T_i^{\beta\gamma} z_j + \frac{i}{2} f_{\beta\gamma}^i \chi_i \lambda^\gamma \right. \\ & \left. - \frac{i}{2} f_i^{\alpha\gamma} \chi_i \lambda_\gamma \right\} - \frac{1}{2} \lambda_\alpha (g^i \chi_i) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Als Konsequenz der Algebra ist die Supersymmetrie gebrochen, falls mindestens eines dieser Hilfsfelder einen Vakuumerwartungswert entwickelt; in vollständiger Analogie zur globalen Supersymmetrie ist die Skala der Supersymmetriebrechung M_s^2 dann durch $\langle F \rangle$ oder $\langle D \rangle$ gegeben. Die ersten Terme in den Gln. (3.22, 3.23) enthalten nur die skalaren Felder Z_i ; ob daher F^i oder D^α Vakuumerwartungswerte aufweisen, hängt von den Funktionen g und $f_{\alpha\beta}$ ab und kann erst nach Bestimmung des Minimums des skalaren Potentials entschieden werden. (Da die restlichen Terme in den Gln. (3.22, 3.23) die Fermionfelder explizit enthalten, kann ein Vakuumerwartungswert für diese Terme nur in Gegenwart starker Eichwechselwirkung auftreten, die zu einer Kondensation von bilinearen Fermionen - Antifermionenzuständen führt.)

Nehmen wir an, daß z.B. F_i einen Vakuumerwartungswert entwickelt, so erhalten wir $\langle 0 | \exp(-g/2) (g^{-1})^i_j g_j | 0 \rangle \neq 0$. Da der kinetische Term der Skalare gegeben ist durch $g_j^i D_\mu Z_i D^\mu Z^j$ muß g_j^i von 0 verschieden sein; außer an Punkten, an denen das Superpotential verschwindet, muß dies auch für $\exp(-g/2)$ gelten. Im Fall gebrochener Supersymmetrie muß daher gelten $\langle g_R \rangle \neq 0$; dies gilt ebenso im Fall des Hilfsfelds $\tilde{D}_\alpha$ (s. Gl. (3.23)).

Im Fall globaler Supersymmetrie ist der fermionische Partner eines Hilfsfeldes mit nichtverschwindendem Vakuumerwartungswert ein masseloses Feld, das Goldstino. In der lokalen Supersymmetrie lauten die relevanten Terme wie folgt:

$$\begin{aligned} e^{-g/2} \bar{\psi}_\mu \sigma^{\mu\nu} \gamma_\nu = & e^{-g/2} g^i \bar{\psi}_\mu \gamma^\mu \chi_i \\ + e^{-g/2} \{ & g^{ij} - g^i g^j - g^k (g^{-1})^l_k g_k^{ij} \} \chi_i \chi_j \end{aligned} \quad (3.24)$$

Für $\langle g^i \rangle \neq 0$, d.h. falls Brechung der Supersymmetrie vorliegt, mischt das Fermion χ_i mit dem Gravitino; in Analogie zum Higgs-Mechanismus in Übli-

chen Eichtheorien wird das Spin 1/2 Goldstone Fermion $\exp(-g/2) \psi^i \chi_i$ mit dem masselosen Spin 3/2 Eichteilen der lokalen Supersymmetrie zu einem massiven Eichteilchen mit der Masse $\exp(-\langle g \rangle/2)$ kombiniert.

Betrachten wir zunächst noch einmal das skalare Potential Gl. (3.5), so finden wir für $\langle \psi_k \rangle = \langle D^a \rangle = 0$ den im allgemeinen nicht verschwindenden Wert $e^{-1}V = -\exp(-g) \cdot 3/\kappa$, der anzeigt, daß die Vakuumenergie bei ungebrochener Supergravitation negativ semi-definit ist (für $E_{\text{vac}} > 0$ liegt stets Brechung vor). Im Fall gebrochener Supergravitation erfolgt üblicherweise nach der Bestimmung des Minimums von V eine Feldredefinition, so daß sich kanonische kinetische Terme ergeben. Mit $\psi^k_l = -\delta^k_l$ und $f_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$ lautet dann das skalare Potential am Minimum:

$$V_0 = -3 e^{-g} + e^{-g} \psi_k \psi^k + \frac{1}{2} D_a D^a. \quad (3.25)$$

Hiermit ergibt sich die Möglichkeit verschwindender Vakuumenergie bei gleichzeitiger Brechung der Supersymmetrie ($\langle \psi_k \rangle \neq 0$ oder $\langle D_a \rangle \neq 0$); somit lassen sich durch Anpassen der Parameter Modelle mit verschwindender kosmologischer Konstante konstruieren. Setzen wir zur Veranschaulichung $\langle D_a \rangle = 0$, so folgt aus $V_0 = 0$, im Fall gebrochener Supergravitation $\psi_k \psi^k = 3$ und hiermit eine Relation zwischen der Gravitinomasse und der Skala der Symmetriebrechung. Mit

$$m_{3/2} = M e^{-g/2} \quad M = \frac{1}{\kappa} = 2.4 \cdot 10^{18} \text{ GeV} \quad (3.25)$$

und

$$M_s^2 = -M^2 e^{-g/2} (\psi^{-1})^i_{j} \psi_{0i} \psi_0^j \quad (3.26)$$

erhält man die Deser-Zumino Relation ⁽¹⁷¹⁾:

$$m_{3/2} = M_s^2 / (\sqrt{3} M) \quad (3.27)$$

(im Fall von $\langle \psi_i \rangle \neq 0$ nur für ein einziges i und verschwindender kosmologischer Konstante).

In lokal supersymmetrischen GUT Modellen unterscheidet man zwei Sektoren: einen "verborgenen" Sektor, der die spontane Brechung der Supersymmetrie verursacht, und einen "beobachtbaren" Sektor, der die Quark-, Lepton-, Higgs- und Eichsuperfelder enthält. Diese beiden Sektoren stehen nur mittels der Gravitationswechselwirkung in Verbindung, d.h. die Felder im "verborgenen" Sektor sind Singulett bezüglich aller Eichwechselwirkungen im "beobachtbaren" Sektor und weisen auch keine Yukawa Kopplungen mit Feldern dieses Sektors auf. Dies bedeutet, daß bei Vernachlässigung der Supergravitation im "beobachtbaren" Sektor ungebrochene Supersymmetrie vorliegt. Eine Realisierung dieses Programms läßt sich z.B. durch Aufspalten des Superpotentials in eine Summe von zwei Anteilen bewirken⁽¹⁷²⁾

$$g(\tau_i) = h(\xi_i) + f(x_i) \quad (3.28)$$

mit den "beobachtbaren" Feldern x_i und den "verborgenen" Feldern ξ_i . Betrachten wir zunächst den einfachsten Fall eines konstanten Superpotentials $h = m^3$ unter Annahme minimaler Kopplung Gl. (3.13); das skalare Potential lautet hierfür (s. Gl. 3.14):⁽¹⁷³⁾

$$e^{-1}V = \frac{m^6}{2} e^{\frac{\kappa^2}{2} S S^*} \left\{ \frac{\kappa^4}{4} |\xi|^2 - \frac{3}{2} \kappa^2 \right\} \quad (3.29)$$

und weist stationäre Punkte für $\xi = 0$ und $|\xi| = \sqrt{2}/\kappa = \sqrt{2} M$ auf. Im Fall von $\langle \tilde{D}_\mu \rangle = 0$ entspricht $\xi = 0$ ungebrochener und $|\xi| = \sqrt{2} M$ gebrochener Supersymmetrie mit $\langle |F_\xi| \rangle = \sqrt{2} m^3/M$. Die Vakuumenergie am absoluten Minimum des Potentials beträgt $E_{\text{vac}} = -e^2 m^6/M^2$. Im Gegensatz zur O'Raifeartaigh (F-Typ) Brechung⁽¹⁷⁴⁾ im global supersymmetrischen Theorien kann lokale Supersymmetrie in Gegenwart eines einzigen Feldes gebrochen werden. Zudem können selbst bei Existenz von supersymmetrischen stationären Punkten die Minima, bei denen die Supersymmetrie gebrochen ist, die niedrigste Vakuumenergie aufweisen; im Gegensatz hierzu impliziert im global supersymmetrischen Fall die Existenz eines supersymmetrischen stationären Punktes ungebrochene Supersymmetrie mit $E_{\text{vac}} = 0$ als niedrigsten Zustand.

Ein weiteres Beispiel ist das sog. Polonyi Potential⁽¹⁷⁵⁾:

$$h(\xi) = M_s^2 (\xi + \beta) \quad (3.30)$$

das in Abwesenheit anderer Felder und für $\beta = (2 - \sqrt{3}) M$ und $\langle \xi \rangle = (\sqrt{3} - 1) M$ Brechung der lokalen Supersymmetrie bei der Skala M_s und verschwindende kosmologische Konstante verursacht. Die beiden Sektoren h und f stehen mittels der Hilfsfelder des Gravitonmultipletts in Verbindung; so daß die Eliminierung dieser Hilfsfelder in modellunabhängiger Weise nichtrenormierbare Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Sektoren erzeugt. Der Austausch von Gravitonen oder Gravitinos spielt erst bei sehr hohen Energien ($\approx M_s$) eine Rolle.

Ersetzen wir die "verborgenen" Felder durch ihre Vakuumerwartungswerte, so erhalten wir nach dem Ausintegrieren der schweren Freiheitsgrade und nach Entwickeln nach Potenzen von $\mu \sim 1/M$ die effektive Theorie für die leichten Felder, die sowohl die üblichen supersymmetrischen Terme als auch "weiche" Brechungsterme enthält⁽¹⁷⁶⁾:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{weich}} &= \sum_i m_i^2 |x_i|^2 + m_{3/2} \sum_n (A_n \hat{f}_n + \text{h.c.}) \\ &- \sum_{\alpha=1}^3 \left(\frac{1}{2} M_\alpha \lambda_\alpha \lambda_\alpha + \text{h.c.} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

mit den Eichfermionen λ_α , den n-linearen Termen $\hat{f}_n$ im Superpotential $\hat{f} = \hat{f}_3 + \hat{f}_2 + \hat{f}_1$ und den Skalaren x_i (Higgs, Squark, Slepton). Das effektive Superpotential $\hat{f}$ ergibt sich hierbei aus f durch Reskalierung mittels $\exp(-1/2 M^2 |\xi_i|^2)$.

Betrachten wir zunächst den Massenterm für die Eichfermionen. In GUT Modellen mit schweren Teilchen, die sich nichttrivial unter $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ transformieren, werden Massen für die fermionischen Partner von Gluon, $W^\pm$ und Z-Boson, und Photon durch Strahlungskorrekturen verursacht. Dies erfolgt auf dem 1-Schleifen-Niveau, da die Supersymmetrie für diese schweren Teilchen schon auf dem "tree"-Niveau gebrochen ist. Der Graph in Fig. 24 zeigt einen endlichen Beitrag zur Eichfermionmasse. Im Fall $m_Q \gg m_{3/2}$ ergibt sich⁽¹⁷⁷⁾:

$$m_\alpha = \frac{\alpha_\alpha}{2\pi} m_{3/2} \sum_\alpha T(R_\alpha) \quad (3.32)$$



Fig. 24: Beitrag zur Masse des Eichfermions λ auf dem 1-Schleifen-Niveau.
Q bezeichnet ein Quark und ψ_a seinen skalaren Partner.

mit dem quadratischen Casimiroperator $T(R_\alpha)$ der schweren Felder in der Darstellung R_α . Der Beitrag der leichten Teilchen $m_Q \ll m_{3/2}$ ist von der Größenordnung $\propto m_Q^2/m_{3/2}$ und daher klein. Die durch Strahlungskorrekturen induzierten Massen der Eichfermionen hängen daher empfindlich vom Feldinhalt des GUT-Sektors ab, und können z.B. in $SU(5)$ -Theorien von der Größenordnung der Gravitinomasse sein⁽¹⁷⁸⁾.

Im Fall nichtminimaler kinetischer Terme für die Eichfelder können Massen für Eichfermionen auch auf dem "tree"-Niveau auftreten⁽¹⁷⁹⁾. Die allgemeine Wirkung der $N = 1$ Supergravitation enthält einen Term der folgenden Form:

$$\frac{1}{2} e^{-G/2} f^i (f^{-1})^k_i \frac{\partial^2 f}{\partial z_i^2} \lambda^\alpha \lambda^\beta \quad (3.33)$$

(f ist eine Funktion der chiralen Superfelder der Theorie). Falls Supersymmetrie gebrochen und $f_{\alpha\beta}(Z_i)$ nichttrivial ist, läßt sich Gl. (3.33) als Massenterm auffassen; da $f_{\alpha\beta}$ dimensionslos ist und $f'_{\alpha\beta}$ die Dimension $(\text{Masse})^{-1}$ aufweist, ergeben sich für die Eichfermionen Massen der Ordnung $M_S^2/M \sim m_{3/2}$ (da gilt $\langle \xi_i \rangle \sim M$).

Betrachten wir zunächst die ersten beiden Anteile in Gl. (3.31) im Fall minimaler kinetischer Terme für die skalaren Felder. Hierzu nehmen wir an, daß die Supersymmetrie im "verborgenen" Sektor durch die folgenden Vakuumerwartungswerte gebrochen ist:

$$\begin{aligned}\langle \zeta_i \rangle &= b_i M \\ \langle h_i \rangle &= \left\langle \frac{\partial h}{\partial z_i} \right\rangle = a_i^* m M \\ \langle h \rangle &= m M^2\end{aligned}\quad (3.34)$$

und daß gilt $E_{\text{vac}} = 0$. Weiterhin seien alle Vakuumerwartungswerte im beobachtbaren Sektor klein gegenüber M . Das skalare Potential eines derartigen Modells lautet:

$$\begin{aligned}V = e^{(|\zeta_i|^2 + |x_i|^2)/M^2} &\left\{ |h_i + \frac{\zeta_i^*}{M^2} g|^2 + \right. \\ &\left. |f_a + \frac{x_a^*}{M^2} g|^2 - \frac{3}{M^2} |g|^2 \right\} + \frac{1}{2} D_\alpha D^\alpha\end{aligned}\quad (3.35)$$

Entwickeln wir nun in erster Näherung nach μ/M mit der charakteristischen Skala $\mu \ll M$ des "beobachtbaren" Superpotentials $f(x_i)$, so erhalten wir das effektive skalare Potential bei niedrigen Energien, indem wir z_i , h_i und h durch ihre Vakuumerwartungswerte ersetzen und nur die Terme berücksichtigen, die nicht verschwinden im Grenzfall $M \rightarrow \infty$ ($m_{3/2}$ fest). Mit

$$m_{3/2} = e^{\frac{1}{2}|b_i|^2} m \quad (3.36)$$

und dem umskalierten Superpotential

$$\hat{f}(x_a) = e^{\frac{1}{2}|b_i|^2} f(x_a) \quad (3.37)$$

erhält man⁽¹⁸⁰⁾

$$V = |\hat{f}_a|^2 + m_{3/2}^2 |x_a|^2 + m_{3/2} \{ x_a \hat{f}_a + (A-3)\hat{f} + \text{h.c.} \} \quad (3.38)$$

mit $x_a \hat{f}_a = \sum_a x_a \frac{\partial \hat{f}}{\partial x_a}$ und⁽¹⁸¹⁾

$$A = b_i^* (a_i + b_i) \quad (3.39)$$

Für $V = 0$ am Minimum ergibt sich für die Größen a_i und b_i die folgende Einschränkung:

$$\sum_i |a_i + b_i|^2 = 3 \quad (3.40)$$

Der erste Term in Gl. (3.38) entspricht dem skalaren Potential eines global supersymmetrischen Modells mit Superpotential $\hat{f}$. Der zweite Term bewirkt eine Massenaufspaltung zwischen Fermionen und skalaren Partnern bereits auf dem "tree"-Niveau von der Größenordnung $m_{3/2}$. Der dritte Term schließlich beschreibt neue tri-, bi- und lineare Kopplungen zwischen den Skalarren. Der Parameter A hängt von der Wahl des "verborgenen" Sektors ab und nimmt im Fall $h(z) = m^2 (z+\beta)$ den folgenden Wert an $A = 3 - \sqrt{3}$. Die Parameter A und m^2/x_a sind definiert bei einer sehr hohen Skala M ; zur Berechnung ihrer Werte bei niedrigen Energien 0 (100 GeV) in supersymmetrischen $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ Theorien müssen Renormierungsgruppengleichungen verwendet werden. Im Fall von GUT Modellen müssen zusätzlich die schweren GUT Felder ausintegriert werden, um das skalare Potential bei niedrigen Energien zu erhalten.

Nach dieser allgemeinen Einführung untersuchen wir im nächsten Abschnitt die zusätzlichen Quellen für CP Verletzung in lokal supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung.

3.2 Supersymmetrische Beiträge zur CP Verletzung

Die effektive Theorie bei niedrigen Energien weist im Fall minimalen Feldinhalts die Eichgruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ mit drei Generationen chiraler linkshändiger Materiesuperfelder $Q(3,2,1/6)$, $U(3,1,-2/3)$, $\bar{D}(3,1,1/2)$, $L(1,2,-1/2)$ und $\bar{E}(1,1,1)$ und zwei Higgs Superfeldern $H(1,2,1/2)$ und $H'(1,2,-1/2)$ auf. Das effektive Superpotential enthält dann die allgemeinsten eichinvarianten Kopplungen, die mit der Baryonzahlerhaltung vereinbar sind:

$$\hat{f} = \bar{U} \lambda_u Q H + \bar{D} \lambda_D Q H' + \bar{E} \lambda_E L H' + \mu H H' \quad (3.41)$$

Wie wir im letzten Abschnitt erläutert haben, sind die allgemeinsten Operatoren, die die Supersymmetrie brechen und die von den Kopplungen an einen "verborgenen" Sektor der $N=1$ Supergravitation herrühren, gegeben durch:

- i) ein kubisches eichinvariantes Polynom in den komplexen skalaren Feldern:

$$[\bar{U} f_u Q H + \bar{D} f_D Q H' + \bar{E} f_E L H' + \mu B H H']_\Lambda \quad (3.42)$$

+ h.c.

mit den 3x3 Flavormatrizen $\mathbf{f}$;

ii) Majoranamassenterme für die Gauginos:

$$\frac{M_1}{2} \lambda_1 \lambda_1 + \frac{M_2}{2} \lambda_2 \lambda_2 + \frac{M_3}{2} \lambda_3 \lambda_3 + \text{h.c.} \quad (3.43)$$

iii) Massenterme für die skalaren Felder χ_i der chiralen Superfelder

$$M_{ab}^2 \chi_a^* \chi_b \quad (3.44)$$

Falls es sich bei der Niederenergiethorie um eine "Große Vereinheitlichte Theorie" handelt, dann existieren Beziehungen zwischen den "weichen" Kopplungskonstanten und den Massen, weil die "weichen" Brechungsoperatoren dann eingebettet sind in solche, die die größere Eichsymmetrie aufweisen.

In supersymmetrischen Modellen finden wir somit die folgenden Quellen für CP Verletzung⁽¹⁸²⁾:

i) die Phase δ_{KM} ;

ii) Phasen im Higgssektor, der wie in den Lee-Weinberg Modellen⁽¹⁸³⁾ zwei Higgsdoublets enthält, um die $SU(2)_L \times U(1)$ Symmetrie zu brechen und den "up" und "down" Quarks Masse zu geben;

iii) neue Phasen in der Higgsino (fermionische Partner der Higgsteilchen) - schwache Gaugino Massenmatrix;

iv) relative Phasen aufgrund der Mischung der skalaren Partner von links- und rechtshändigen Fermionen⁽¹⁸⁴⁾.

Wird das Superpotential der vollständigen Theorie als Summe aus "verborgenem" und "beobachtbarem" Anteil aufgefaßt, so gilt $\mathbf{f}_{U,D,E} = A \lambda_{U,D,E}$ mit dem komplexen Parameter A. Die effektive Lagrangedichte lautet dann bei der Planck-Skala

$$\begin{aligned} & [\bar{u} \lambda_u Q H + \bar{D} \lambda_D Q H' + \bar{E} \lambda_E L H' + \mu H' H]_F + \text{h.c.} \quad (3.45) \\ & + m_{3/2} [A \bar{u} \lambda_u Q H + A \bar{D} \lambda_D Q H' + A \bar{E} \lambda_E L H' + \mu B H H']_A + \text{h.c.} \\ & + m_{3/2}^2 \chi_a^* \chi_a + \frac{\tilde{m}}{2} (\lambda_1 \lambda_1 + \lambda_2 \lambda_2 + \lambda_3 \lambda_3) + \text{h.c.} \end{aligned}$$

mit der Einschränkung gleicher Gauginomassen aufgrund der "Großen Vereinheitlichung". Hierbei sind die Parameter A, B, μ und $\tilde{m}$ komplexe Größen; nur zwei der Phasen sind jedoch physikalisch - z.B. kann $\tilde{m}$ durch eine R Transformation reell gemacht werden, ebenso wie μB durch Ändern der Phase des Superfeldes H . Dies stellt sicher, daß die Vakuumerwartungswerte der Higgs-Teilchen reell sind. Die restlichen Phasen sind physikalisch und lassen sich nicht wegdefinieren. Für den starken CP Parameter ergibt sich:

$$\bar{\theta} = \theta - \text{Arg Det } \lambda_u \lambda_D = 3 \text{ Arg } \tilde{m} \quad (3.46)$$

Mit $A = A_0 e^{i\phi_A}$ und $B = B_0 e^{i\phi_B}$ und δ_p als der einzigen nicht eliminierbaren Phase in λ_U und λ_D (λ_E kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf reelle Diagonalform gebracht werden) enthält die Theorie zunächst vier physikalische Phasen $\bar{\theta}, \delta_p, \phi_A$ und ϕ_B . In jeder Phasenkonvention gilt hierbei $\phi_A = \arg(A \tilde{m}^*)$ und $\phi_B = \arg(B \tilde{m}^*)$.

Es wurde gezeigt, daß sich die $SU(2) \times U(1)$ Symmetrie bei der Skala 100 GeV durch Quantenkorrekturen brechen läßt⁽¹⁸⁵⁾; das symmetrische Vakuum wird instabil, wenn einer der Eigenwerte der skalaren Higgsmasse negativ wird. Diese Quantenkorrekturen führen zu nichttrivialen Abweichungen der Koeffizienten in Gl. (3.45), die mit Hilfe der Renormierungsgruppengleichungen untersucht werden können, d.h. bei niedrigen Energien sind ξ nicht mehr proportional zu λ , die skalaren Massenmatrizen M^2 nicht mehr proportional zur Einheitsmatrix, und die Phase δ_p führt zu imaginären Beiträgen zu A, B und M^2 .

Von besonderem Interesse ist die Erzeugung von flavorändernden und CP verletzenden Beiträgen zu den 3×3 Matrixoperatoren der Squarkmassen⁽¹⁸⁶⁾

$Q^+ M_Q^2 Q + \bar{U} M_U^2 \bar{U}^+ + \bar{D} M_D^2 \bar{D}^+$. Die "1-Schleifen"-Renormierungsgruppengleichungen lauten⁽¹⁸⁷⁾:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} M_Q^2 &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \lambda_u^+ (M_u^2 + M_H^2) \lambda_u + \lambda_D^+ (M_D^2 + M_H^2) \lambda_D \right. \\ &\quad + f_u^+ f_u + f_D^+ f_D + \frac{1}{2} (\lambda_u^+ \lambda_u + \lambda_D^+ \lambda_D) M_Q^2 \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} M_Q^2 (\lambda_u^+ \lambda_u + \lambda_D^+ \lambda_D) \right\} \quad (3.47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} M_D^2 &= \frac{2}{8\pi^2} \left\{ \lambda_D (M_Q^2 + M_H^2) \lambda_D^+ + f_D f_D^+ \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \lambda_D \lambda_D^+ M_D^2 + \frac{1}{2} M_D^2 \lambda_D \lambda_D^+ \right\} \quad (3.48a) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} M_u^2 = \frac{t}{8\pi^2} \left\{ \lambda_u (M_d^2 + M_H^2) \lambda_u^+ + f_u f_u^+ + \frac{1}{2} \lambda_u \lambda_u^+ M_u^2 + \frac{1}{2} M_u^2 \lambda_u \lambda_u^+ \right\} \quad (3.48b)$$

mit $t = \ln(M_P^2/m_W^2)$.

Hierbei wurden solche Terme vernachlässigt, die proportional sind zu den jeweils skalierten Massen oder zu den Gauginomassen, weil sie weder Flavor-änderungen noch CP Verletzung verursachen. In der ersten Ordnung Störungstheorie nach der Größe $t/8\pi^2 \cdot \lambda^2$ ergibt sich:

$$\Delta M_d^2 = \frac{t}{8\pi^2} (3m_{1/2}^2 \lambda_u^+ \lambda_u + 3m_{1/2}^2 \lambda_d^+ \lambda_d + f_d^+ f_d + f_u^+ f_u) \quad (3.49)$$

$$\Delta M_u^2 = \frac{2t}{8\pi^2} (3m_{1/2}^2 \lambda_u^+ \lambda_u + f_u^+ f_u) \quad (3.50)$$

Die Renormierungsgleichung für f_u und f_d lautet:

$$\frac{d}{dt} f_u = \frac{t}{16\pi^2} \left\{ 5 f_u \lambda_u^+ \lambda_u + f_u \lambda_d^+ \lambda_d + 4 \lambda_u \lambda_u^+ f_u + 2 \lambda_u \lambda_d^+ f_d \right\} \quad (3.51)$$

hierbei wurden Terme proportional zu f_u und λ_u vernachlässigt. Somit erhalten wir

$$\frac{\Delta f_u}{m_{1/2}} = \frac{3At}{16\pi^2} \left\{ 3 \lambda_u \lambda_u^+ \lambda_u + \lambda_u \lambda_d^+ \lambda_d \right\} \quad (3.52)$$

und analog die Änderung von f_d mittels Ersetzung $U \leftrightarrow D$. Die Größen f_u und f_d sind daher bei niedrigen Energien nicht mehr proportional.

Wie in einer Reihe von Arbeiten gezeigt wurde⁽¹⁸⁸⁾, hat der Hauptbeitrag supersymmetrischer Erweiterungen des Standardmodells zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons und zu den Zerfallsparametern des K Mesons seinen Ursprung in Squark-Quark-Gluino Wechselwirkungen. Betrachten wir daher zunächst die Massenmatrix der Squarks:

$$\mathcal{L}_{SM} = \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{s}_L \\ \tilde{b}_L \\ \tilde{d}_R \\ \tilde{s}_R \\ \tilde{b}_R \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} \tilde{m}_{d_L}^2 & \tilde{m}_{d_{LR}}^2 \\ \tilde{m}_{d_{LR}}^+ & \tilde{m}_{d_R}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{s}_L \\ b_L \\ \tilde{d}_R \\ \tilde{s}_R \\ \tilde{b}_R \end{pmatrix} + \text{"up" Squarkmassen} \quad (3.53)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{m}_{d_L}^2 &= \mu_L^2 + m_D^+ m_D + C_1 m_u^+ m_u \\ \tilde{m}_{d_R}^2 &= \mu_R^2 + m_D^+ m_D \\ \tilde{m}_{d_{LR}}^2 &= A m_{3/2} m_D \left(1 + \frac{C_2}{m_w^2} m_u^+ m_u \right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Die Renormierungsgruppengleichung liefert dann

$$\begin{aligned} C_1 &\approx \frac{\alpha}{2\pi \sin^2 \theta_w} \left(\frac{m_{3/2}}{M_w} \right)^2 [3 + |A|^2] \ln \frac{m_P}{M_w} \\ C_2 &\approx \frac{3\alpha}{4\pi \sin^2 \theta_w} \ln \frac{m_P}{M_w} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Sei U' die unitäre Matrix, die die Squark Massenmatrix M_D^2 diagonalisiert ($U'^+ M_D^2 U'$ diagonal), so erweist sich die folgende Definition als nützlich:

$$\tilde{u}_D' = \begin{pmatrix} U_L^D & 0 \\ 0 & U_R^D \end{pmatrix} \tilde{u}_D'' \quad (3.56)$$

mit der diagonalen "down" Quark Massenmatrix $\hat{M}_D = U_R^{D+} M_D U_L^D$; hiermit ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{u}^+ \tilde{M}_D^2 \tilde{u}' &= \\ \tilde{u}''^+ &\left(\begin{array}{cc} \mu_L^2 + \hat{M}_D^2 + C_1 K_L^+ \hat{M}_U^2 K_L & A m_{3/2} \hat{M}_D (1 + C_2 X_R + \frac{\hat{M}_U^2}{m_w^2} K_R) \\ A^+ m_{3/2} (1 + C_2 K_R^+ \frac{\hat{M}_D^2}{m_w^2} K_R) M_D & \mu_R^2 + \hat{M}_D^2 \end{array} \right) \tilde{u}'' \end{aligned} \quad (3.57)$$

mit

$$\begin{aligned}
 u_L &= U_L^{\dagger} U_L^D = [e^{-i\phi_L^L}] K_L [e^{i\phi_L^L}] \\
 u_R &= U_R^{\dagger} U_R^D = [e^{-i\phi_L^R}] K_R [e^{i\phi_D^R}] \quad (3.58) \\
 [e^{i\phi}] &= \text{diag} [e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}, e^{i\phi_3}]
 \end{aligned}$$

K_L bezeichnet hierbei die Kobayashi Maskawa Matrix und K_R die entsprechende Matrix für die rechtshändigen Ströme. Im allgemeinen gilt $K_L \neq K_R$. Im Standardmodell kann die Phasenmatrix durch Redefinition der Quarkfelder absorbiert werden, in supersymmetrischen Theorien führen diese Phasen jedoch zu beobachtbaren Effekten. Mit

$$\tilde{u} = \begin{pmatrix} [e^{-i\phi_L^L}] \\ [e^{-i\phi_D^R}] \end{pmatrix} \tilde{u}^0; [e^{i\lambda}] = [e^{i(\phi_D^R - \phi_L^L)}] \quad (3.59)$$

erhält man aus Gl. (3.57):

$$\tilde{u}^{\dagger} \tilde{M}_D^2 \tilde{u} = \quad (3.60)$$

$$\tilde{u}^{\dagger} \begin{pmatrix} \mu_L^2 + \hat{M}_D^2 + c_1 K_L^{\dagger} \hat{M}_u^L K_L & m_{3/2} \hat{M}_D (1 + c_2 [e^{i\lambda}] K_R^{\dagger} \frac{\hat{M}_u^2}{M_{\tilde{W}}^2} K_R [e^{-i\lambda}]) \\ A^* m_{3/2} (1 + c_2 [e^{i\lambda}] K_R^{\dagger} \frac{\hat{M}_u^L}{M_{\tilde{W}}^2} K_R [e^{-i\lambda}]) \hat{M}_D & \mu_R^2 + \hat{M}_D^2 \end{pmatrix} \tilde{u}$$

Betrachten wir nun die Squark-Quark-Gluino Wechselwirkung

$$\mathcal{L} = g_3 \tilde{G} \tilde{d}_i^{\dagger} d_i^0 \quad (3.61)$$

hierbei wurde der Farbindex vernachlässigt, g_3 bezeichnet die $SU(3)$ Kopplungskonstante und $\tilde{G}$ den fermionischen Partner des Gluons, das Gluino. In der Masseneigenbasis lautet diese Wechselwirkung

$$\mathcal{L} = g_3 \tilde{G} \tilde{d}^{\dagger} \tilde{u}^{\dagger} \begin{pmatrix} u_L^D \\ u_R^D \end{pmatrix} d \quad (3.62)$$

mit

$$\begin{aligned}
 \tilde{d} &= \tilde{u}^{\dagger} \tilde{d}_0 \\
 d &= \begin{pmatrix} u_L^D \\ u_R^D \end{pmatrix} d_0 \quad (3.63)
 \end{aligned}$$

und somit

$$\mathcal{L} = g_3 \tilde{G} \tilde{d}^{\dagger} \tilde{u}^{\dagger} \begin{pmatrix} [e^{i\phi_L^L}] & 0 \\ 0 & [e^{i\phi_D^R}] \end{pmatrix} d \quad (3.62')$$

Betrachten wir zum Vergleich die Quark Massenmatrix und die Wechselwirkung

des geladenen Stroms:

$$g \bar{u} \begin{pmatrix} U_L^u & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma_\mu \begin{pmatrix} U_L^d & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} d W^\mu \quad (3.64)$$

$$\bar{d} \begin{pmatrix} 0 & U_D^{u+} m_D U_D^R \\ U_D^{R+} m_D U_D^L & 0 \end{pmatrix} d$$

so ist die folgende Phasentransformation erforderlich

$$d_L \longrightarrow [e^{-i\Phi_D^L}] d_L \quad (3.65)$$

$$d_R \longrightarrow [e^{-i\Phi_D^R}] d_R$$

um die Standardform zu erhalten

$$g \bar{u}_L K \gamma_\mu d_L W^\mu$$

$$\bar{d}_L \hat{M}_D d_R$$

Auf diese Weise wird auch die Phasenmatrix in Gl. (3.64) eliminiert

$$\mathcal{L} = g_3 \tilde{G} \tilde{d}^+ \tilde{u}^+ d \quad (3.62'')$$

Die Kopplungsmatrix U erhält man durch Diagonalisieren der modifizierten Massenmatrix für die Squarks Gl. (3.60). Falls nun gilt $c_1, c_2 \neq 0$, so treten im allgemeinen zusätzlich zu den zwei Phasen in K_L und K_R weitere nicht absorbierbare Phasen $|e^{i(\Phi_D^R - \Phi_D^L)}|$ auf, die in Abhängigkeit von der Größe von c_1, c_2 , der Matrix K_R und den Massen der supersymmetrischen Partner beobachtbare Effekte liefern können⁽¹⁸⁹⁾. Im nächsten Abschnitt beschäftigen wir uns mit den Einschränkungen der Parameter in supersymmetrischen Theorien, die sich aufgrund der experimentellen Obergrenze für das elektrische Dipolmoment des Neutrons ergeben.

3.3 Das elektrische Dipolmoment des Neutrons in supersymmetrischen Theorien

Das elektrische Dipolmoment des Neutrons (DEMON), d_n , stellt einen wichtigen Prüfstein für Modelle der CP Verletzung dar. Wie wir im Abschnitt 2.6 dargestellt haben, sagt das Standardmodell mit drei Generationen ein DEMON der Größenordnung $\approx 10^{-30} \text{ e} \cdot \text{cm}$ vorher, das um fünf Ordnungen kleiner ist als die gegenwärtige experimentelle Obergrenze. Sollten bei zukünftigen experimentellen Untersuchungen mit höherer Präzision Werte für d_n auftreten, die

beträchtlich größer sind als die Vorhersage des Standardmodells, dann wäre dies ein Hinweis auf die Notwendigkeit alternativer Erklärungen der CP Verletzung. Andererseits muß jedes Modell mit CP Verletzung die gegenwärtige experimentelle Obergrenze respektieren, so daß das DEMON zu Einschränkungen der neuen Parameter in diesem Modell führen kann.

Im Rahmen der supersymmetrischen Modelle spielt die Phase δ_{KM} in dieser Hinsicht eine besondere Rolle; mittels supersymmetrischer Graphen (mit inneren Gluino- und Squarklinien) führt sie zu einer Erklärung des experimentell bestimmten Wertes für ϵ'/ϵ selbst im Fall niedriger "top" Quarkmasse und zu Vorhersagen für ϵ'/ϵ , die mit den neuen experimentellen Daten im Einklang stehen^(190,191,192). Der durch das Gluino hervorgerufene Beitrag zum DEMON verschwindet hingegen identisch⁽¹⁹⁰⁾, so daß diese Modelle ein DEMON von der gleichen Größenordnung wie das im Standardmodell vorhersagen, falls δ_{KM} die einzige Phase der Theorie ist.

Im Folgenden betrachten wir die Phasen, die bei der trilinearen Kopplung A und der Higgs-Kopplung B (s.Gl. (3.45)) im beobachtbaren Sektor von $N = 1$ Modellen der Supergravitation auftreten können^(193,194). Schon auf dem 1-Schleifen-Niveau treten Beiträge zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons auf (s.Fig. 25), die daher den 3-Schleifen-Beitrag des Standardmodells dominieren.

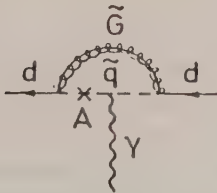


Fig. 25: Der Gluino-Squark Beitrag zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons auf dem 1-Schleifen-Niveau

Der Beitrag supersymmetrischer Phasen zum elektrischen Dipolmoment eines Quarks aufgrund von Graphen, die das Gluino als innere Linie aufweisen, hat die folgende Gestalt^(190,192):

$$d(q) = \frac{2e}{9\pi} |A(M_W)| \left(\frac{M_W}{M_{\tilde{G}}} \right)^2 \frac{\tilde{D}(x^2)}{x^3} |\sin 2\phi_A| \quad (3.66)$$

mit $x = \frac{\bar{M}_{\tilde{g}}}{M_{\tilde{g}}}$

und

$$\tilde{D}(x) = \frac{x^2}{(x-1)^3} \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2} - (2x+1) \frac{\ln x}{x-1} \right) \xrightarrow{x \rightarrow 1} \frac{1}{12} \quad (3.67)$$

Hierbei bezeichnen $M_{\tilde{G}}$ und $\bar{M}_{\tilde{Q}}$ die Gluinomasse und die mittlere Squarkmasse. Verwenden wir zur Abschätzung $M_{\tilde{G}} \approx \bar{M}_{\tilde{Q}} \approx M_W/2$, $A(M_W) \approx 0(1) - 0(10)$ und die experimentelle Schranke für das DEMON, so ergibt sich

$$\phi \leq 10^{-2}. \quad (3.68)$$

Die beiden nichttrivialen Phasen, die wir hier betrachten, müssen an der Skala M_W der Einschränkung Gl. (3.68) gehorchen; mit Hilfe der Renormierungsgruppengleichungen⁽¹⁸⁷⁾ erhält man die Entwicklung dieser Phasen in Abhängigkeit von der Massenskala. Vernachlässigen wir alle Beiträge von Yukawa Kopplungen bis auf die des "top" Quarks, so lassen sich die Gleichungen für die Parameter A und B integrieren⁽¹⁹⁵⁾:

$$A(M_W) (1 + 6r^2) = A(M_X) + C_A \int \quad (3.69)$$

und

$$\begin{aligned} B(M_W) &= A(M_X) - 1 + C_B \int - 3r^2 A(M_W) \\ &= A(M_X) \left\{ (1 + 3r^2) / (1 + 6r^2) \right\} - 1 \\ &\quad + \left\{ C_B - (3r^2 / (1 + 6r^2)) C_A \right\} \int \end{aligned} \quad (3.70)$$

c_A und c_B stehen hierbei für Integrale zwischen M_X und M_W über Funktionen der laufenden Kopplungskonstanten und nehmen im Modell mit minimalem Teilcheninhalt die Werte 4.06 bzw. 0.60 an; die Konstante r^2 bezeichnet ein Integral, das zusätzlich von der "top"-Quarkmasse abhängt und für $m_t = 40$ GeV den Wert 0.01 annimmt; und schließlich gilt $\int = m_0/M_0$ mit der skalaren Masse M_0 und der Gauginomasse m_0 bei der Skala M_X . Bei der Herleitung von Gl. (3.70) wurde die übliche Randbedingung $B = A-1$ bei der Skala M_X verwendet.

Um nun Einschränkungen, insbesondere des Parameters A_0 aufgrund von Gl. (3.68) zu finden, betrachten wir die Real- und Imaginärteile von Gl. (3.69) und Gl. (3.70):

$$\sin \phi_A (M_W) = A_0 (M_X) \sin [\phi_A (M_X)] / A_0 (M_W) (1 + 6r^2) \quad (3.71)$$

und

$$A_0^2 (M_W) \cdot (1 + 6r^2)^2 = A_0^2 (M_X) + 2 A_0 (M_X) C_A \xi \cos \phi_A (M_X) + C_A^2 \xi^2 \quad (3.72)$$

Aus Gl. (3.70) ergibt sich mit Gl. (3.71):

$$\begin{aligned} \sin \phi_B (M_W) &= \frac{A_0 (M_X)}{B_0 (M_W)} \sin \phi_A (M_X) \frac{1 + 3r^2}{1 + 6r^2} \\ &= \frac{A_0 (M_W)}{B_0 (M_W)} (1 + 3r^2) \sin \phi_A (M_W) \end{aligned} \quad (3.73)$$

Mit Hilfe der Gln. (3.69, 3.70) läßt sich eine obere Schranke für $A_0 (M_X)$ bei festen Werten von ξ gewinnen, so daß gilt $\phi_A (M_W) = \phi_A^{\text{exp}} \approx 10^{-2}$:

$$A_0 (M_X) \leq \frac{C_A \sin \phi_A^{\text{exp}} \sin [\phi_A^{\text{exp}} + \phi_A (M_X)]}{\sin^2 \phi_A (M_X) - \sin^2 \phi_A^{\text{exp}}} \xi \quad (3.74)$$

In ähnlicher Weise führt $|\phi_B^{\text{exp}}| \leq 10^{-2}$ zu einer starken oberen Schranke für $A_0 (M_X)$:

$$A_0 (M_X) \leq \left[(1 + 6r^2) / (1 + 3r^2) \right] \frac{\tan \phi_B^{\text{exp}} [\mathcal{C}\xi - 1]}{\cos \phi_A (M_X) [\tan \phi_A (M_W) - \tan \phi_B^{\text{exp}}]} \quad (3.75)$$

mit $\mathcal{C} = C_B - 3r^2 C_A / (1 + 6r^2)$.

Aus diesen Ergebnissen lassen sich die folgenden Schlüsse ziehen: Falls die Phasen ϕ_A und ϕ_B bei der Skala M_X von der Größenordnung $O(1)$ sind, dann kann aufgrund der gegenwärtigen oberen Schranke für d_n der Parameter $A_0 (M_X)$ nur von der Größenordnung $O(10^{-2})$ sein. In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß die Modelle der Supergravitation, die auf der nichtkompakten Kählermannigfaltigkeit $SU(n,1)$ beruhen (s. Abschnitt 3.1), in natürlicher Weise $A_0 (M_X) = 0$ aufweisen. Verwenden wir auf der anderen Seite z.B. $A_0 (M_X) = 3$,

so erfordert die Verträglichkeit mit der oberen Schranke für d_n $\phi_A(M_X) \leq 10^{-27}$. Eine offensichtliche Möglichkeit, diese Einschränkung zu berücksichtigen, besteht darin, daß die Parameter $A(M_X)$ und $B(M_X)$ reelle Werte aufweisen. Selbst in diesem Fall werden jedoch $A(M_W)$ und $B(M_W)$ komplexe Phasen entwickeln; die Ursache hierfür liegt in Renormierungseffekten aufgrund von KM Phasen, die in den Nebendiagonalbeiträgen der Yukawa Kopplung zu den Renormierungsgruppengleichungen von A und B auftreten. In führender Ordnung liefert die vollständige Renormierungsgruppengleichung⁽¹⁹⁶⁾ für reelles $A(M_X)$:

$$\sin \phi_A(M_W) \approx \frac{3}{(4\pi)^2} h_t h_c \sin [\delta(M_W) + \phi_A(M_W)] \quad (3.76)$$

mit den Yukawa-Kopplungen h_i und der relativen Phase δ zwischen den beiden Yukawa-Kopplungen. Für ϕ_B läßt sich eine ähnliche Abschätzung angeben. Mit $\delta \approx 0(1)$ und zwei Higgsdoublets mit gleichen Vakuumerwartungswerten $v_1 = v_2 = v$ ergibt sich⁽¹⁹³⁾

$$\phi_A \leq 4 \times 10^{-5} \quad (3.77)$$

Dies hat zur Folge, daß die supersymmetrischen Phasen der CP Verletzung für das DEMON Werte der Größenordnung 10^{-27} e cm verursachen. Die konservative Abschätzung $\sin \delta \approx 0(10^{-1})$ führt zur Vorhersage

$$d_n \approx 10^{-28} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (3.78)$$

Derartig große Werte für das elektrische Dipolmoment des Neutrons (zwei Größenordnungen höher als im Standardmodell vorhergesagt wird) fallen in einen Bereich, der in naher Zukunft experimentell zugänglich wird.

Für reelles $A(M_X)$ besteht ein Zusammenhang zwischen d_n und dem ϵ Parameter im System $K^0 - \bar{K}^0$, da beide vom Winkel δ abhängen. In supersymmetrischen Modellen ist der führende Beitrag zu ϵ proportional zu $(m_t/m_c)^4$; kombiniert man Gl. (3.76) mit den Resultaten von Ref. (190), so ergibt sich näherungsweise⁽¹⁹³⁾:

$$\phi_A \approx [4 \cdot 10^6 / f(x)] \left(\frac{\bar{M}_A}{M_W} \right)^6 \left(\frac{m_c}{m_t} \right)^3 \left(\frac{m_c}{v} \right)^2 \epsilon \quad (3.79)$$

mit der Funktion $f(x)$ von $x = \bar{M}_G/M_G$ aus Ref. (190). Für $x \approx 1$, $f(x) \approx 0.2$,

$\bar{M}_{\tilde{Q}} \approx 40 - 50 \text{ GeV}$ erhält man $\phi_A \approx 0(10^{-2} - 10^{-3}) \text{ e}$.

Betrachten wir abschließend den Beitrag zum elektrischen Dipolmoment des Neutrons, der seinen Ursprung im konventionellen Mechanismus der CP Verletzung hat⁽¹⁸⁶⁾ ($\arg(\text{Am}_{3/2})=0$). Das elektrische Dipolmoment des d-Quarks lautet in diesem Fall⁽¹⁸⁹⁾:

$$d_d = - \frac{2\alpha_s}{9\pi} \frac{1}{M_{\tilde{E}}^2} \frac{A m_{3/2} m_d c_1 c_2}{M_W^2} \quad (3.80)$$

$$]_m (K_L^+ \hat{M}_u^2 K_L [e^{i\phi}] K_R^+ \hat{M}_u^2 K_R [e^{-i\phi}])_{14} I^* \left(\frac{M_{\tilde{g}}^2}{M_{\tilde{E}}^2} \right)$$

mit

$$I''(x) = \frac{3}{(1-x)^4} \left\{ \frac{x}{2} + \frac{5}{x} + \frac{1+2x}{1-x} \ln x \right\} + \quad (3.81)$$

$$\frac{4}{(1-x)^3} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{(1-x)} \ln x + \frac{1+2x}{(1-x)^2} \ln x + \frac{1+2x}{(1-x)x} \right\}$$

Verwendet man zur numerischen Abschätzung $K_R = K_L$, $c_1 = 0.05$, $c_2 = 0.26$, $\text{Am}_{3/2} = 45 \text{ GeV}$, $m_{sq} > 20 \text{ GeV}$ und $m_{\tilde{G}} = 50 \text{ GeV}$, so ergeben sich für d_d Werte der Größenordnung $(10^{-26}) \text{ e} \cdot \text{cm}$.

Für $m_{\tilde{G}} < 100 \text{ GeV}$ und $m_{sq} < 100 \text{ GeV}$ sagen supersymmetrische Modelle daher für d_n Werte voraus, die in naher Zukunft meßbar werden.

3.4 Die Parameter c und A

In diesem Abschnitt untersuchen wir den Parameter $c = c_1$ etwas genauer (s. Gl. 3.53, 3.54, 3.55), der die durch die Renormierungsgruppengleichung induzierten Beiträge zur Massenmatrix der Squarks charakterisiert; hierbei vernachlässigen wir in Gl. (3.54) den Term $(c_2/M_W^2) m_u^+ \cdot m_u$, um die Diskussion übersichtlich zu halten. Außerdem zeigen wir die Einschränkungen an den Parameter A, die sich aufgrund der Form des skalaren Potentials in $N = 1$ Modellen der Supergravitation ergeben.

Die spontane Brechung der Supergravitation bei einer hohen Skala induziert "weiche" Brechungsterme der globalen Supersymmetrie im Niederenergiesektor⁽¹⁷⁶⁾. Von besonderem Interesse sind hierbei die flavordigonale Masse μ für alle

skalaren Partner der links- und rechtshändigen Quarks, $\tilde{q}_L$ bzw. $\tilde{q}_R$, und die Mischung zwischen $\tilde{q}_L$ und $\tilde{q}_R$. Bei der Untersuchung der Systeme $K^0-\bar{K}^0$ und $B^0-\bar{B}^0$ ist nur die "down" Squark Massenmatrix von Bedeutung; auf dem "tree" Niveau ist sie gegeben durch

$$M_{\tilde{d}}^2 (M_X) = \begin{pmatrix} \mu^2 \mathbb{1} + M_d M_d^\dagger & A^* \mu M_d \\ A \mu M_d^\dagger & \mu^2 \mathbb{1} + M_d^\dagger M_d \end{pmatrix} \quad (3.82)$$

mit der "down" Quark Massenmatrix M_d , dem Parameter A , der von den Details des "verborgenen" Sektors abhängt und die "weiche" Brechung beschreibt; μ charakterisiert die Skala der Brechung der globalen Supersymmetrie und ist von der Größenordnung $O(M_W)$.

Bei niedrigen Energien müssen Quantenkorrekturen berücksichtigt werden; hinsichtlich der Flavormischung und der CP Verletzung ist hierbei die Tatsache von besonderer Bedeutung, daß auf diese Weise im linkshändigen Sektor der Squark Massenmatrix ein Term auftritt, der die "up"-Quark Massenmatrix enthält:

$$M_{\tilde{d}}^2 = \begin{pmatrix} \mu_L^2 \mathbb{1} + M_d M_d^\dagger + c M_u M_u^\dagger & A^* \mu M_d \\ A \mu M_d^\dagger & \mu_R^2 \mathbb{1} + M_d^\dagger M_d \end{pmatrix} \quad (3.83)$$

Wie wir schon in Abschnitt 3.2 erläutert haben, lassen sich daher die Massenmatrizen M_d und M_d^2 nicht mehr durch die gleichen Transformationen diagonalisieren. Die Renormierungsgruppengleichung (RGG1), die die Entwicklung des Parameters c beschreibt, ist im allgemeinen Fall sehr kompliziert; im Rahmen der minimalen supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells mit nur zwei Higgsdoublets H_1 und H_2 , die an die rechtshändigen "down"- bzw. "up"-Quarks koppeln, läßt sich diese RGG1 in einfacher Weise mit Hilfe der Massenparameter formulieren, die im skalaren Potential bei niedrigen Energien auftreten (197):

$$V_{\text{tree}}(H_1, H_2) = m_1^2 |H_1|^2 + m_2^2 |H_2|^2 - m_3^2 (H_1 H_2 + \text{h.c.}) + \quad (3.84)$$

+ D-terms

Der flavorändernde Anteil, der in der RGGL für die Squarkmassen von d_L auftritt, stammt allein vom Yukawa Sektor aufgrund des Austauschs von Higgsteilchen und wird durch die Yukawa Kopplung des t -Quarks dominiert. In diesem Grenzfall läßt sich ein Zusammenhang zwischen dem flavorändernden Anteil und der Massendifferenz ($m_2^2 - m_1^2$) finden⁽¹⁹⁷⁾; hierbei kompensieren sich die Beiträge vom Eichsektor:

$$\frac{d}{dt} (c m_t^2) = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} (m_2^2 - m_1^2) \quad t = \ln \frac{M_X^2}{\mu^2} \quad (3.85)$$

In dieser Gleichung tritt der Faktor $1/3$ aufgrund zusätzlicher Farbfreiheitsgrade in den Schleifen auf; die Skala M_X ist definiert durch die Randbedingungen $m_1^2(M_X) = m_2^2(M_X)$ und $c(M_X) = 0$. Nach der Integration ergibt sich

$$c(M_W) \approx \frac{1}{3} \frac{m_2^2 - m_1^2}{m_t^2} \Big|_{M_W} \quad (3.86)$$

Da gilt $m_t \gg m_b$, weist m_2^2 größere negative Quantenkorrekturen als m_1^2 , d.h. $m_2^2(M_W) < m_1^2(M_W)$ und

$$c(M_W) < 0 \quad (3.87)$$

Dies führt zu einer oberen Schranke für die "top" Quarkmasse, die gewährleistet, daß die Eichgruppe $SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ stabil ist unter Quantenkorrekturen. Vernachlässigen wir zunächst die KM Mischungswinkel und die Mischung $\tilde{d}_L - \tilde{d}_R$, so ergibt sich für das Quadrat der $\tilde{b}_L$ Squarkmasse:

$$M_{\tilde{b}_L}^2 \approx \mu^2 - |c| m_t^2 \quad (3.88)$$

und hiermit

$$m_t \leq \mu / \sqrt{|c|} \quad (3.89)$$

um einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert für den Skalar $\tilde{b}_L$ zu vermeiden.

Aus Gl. 3.86 läßt sich zudem eine Abschätzung für c gewinnen. Betrachten wir hierzu im minimalen Modell die Brechung der Symmetrie $SU(2)_L \times U(1)$ aufgrund von Strahlungskorrekturen. Die Berechnung der Minima von Gl. (3.84)

führt zu den folgenden Einschränkungen auf der Skala M_W :

$$m_1^2 + m_2^2 = \frac{\omega^2 + 1}{\omega} m_3^2 \quad (3.90)$$

$$m_1^2 - m_2^2 = \frac{\omega^2 - 1}{\omega^2 + 1} \left(\frac{\omega^2 + 1}{\omega} m_3^2 + M_Z^2 \right)$$

$$\omega = \langle H_1 \rangle_0 / \langle H_2 \rangle_0 \geq 1$$

mit der Masse M_Z des neutralen schwachen Eichbosons.

Falls die RGGLn für Massenparameter hauptsächlich durch den Yukawa Sektor bestimmt werden (185, 187, 198), weist m_2^2 große negative Quantenkorrekturen auf, so daß eine $SU(2) \times U(1)$ Brechung bei einer Skala induziert wird, bei der gilt:

$$m_1^2 + m_2^2 = 0 \quad m_3^2 = 0 \quad (3.91)$$

$$m_1^2 - m_2^2 = M_Z^2$$

In diesem Fall ergibt sich

$$c(M_W) = - \frac{1}{3} \frac{M_Z^2}{m_t^2} \quad (3.92)$$

und hiermit $|c| \approx 0(1)$.

Auf der anderen Seite weisen m_1^2 und m_2^2 für nicht verschwindendes m_3^2 (185, 187, 198) ähnliches Verhalten zwischen M_X und M_W auf:

$$m_1^2 + m_2^2 \approx 2 m_3^2 \approx 2 m_{3/2}^2 \quad (3.93)$$

$$\omega = 1 + \epsilon \quad \epsilon \leq 0.1$$

mit der Gravitino-masse $m_{3/2}$; $SU(2)_L \times U(1)$ kann in diesem Modell für beliebig kleine t -Masse m_t gebrochen werden. Für leichtes t -Quark kann c immer noch von der Größenordnung $0(1)$ sein und hängt dann im wesentlichen von der Gauginomasse ab:

$$c(M_W) \approx - \frac{\epsilon}{3} \frac{2 m_3^2 + M_Z^2}{m_t^2} \geq - 0.1 \frac{M_Z^2}{m_t^2} \quad (3.94)$$

Eine etwas weniger grobe Abschätzung für den Parameter c im Rahmen des minimalen Modells der Supergravitation mit einem leichten t -Quark läßt sich aus den Ergebnissen von Ref. (195) gewinnen⁽¹⁹⁷⁾:

$$c \approx - \left(\frac{m_{3/2}}{M_W} \right)^2 \left\{ 0.99 f^2 + 0.30 A f + 0.046 (3 + A^2) \right\} \quad (3.95)$$

$$f \equiv M/m_{3/2}$$

mit dem Parameter A , der die Mischung $\tilde{d}_L - \tilde{d}_R$ beschreibt und der Gauginomasse M bei der Skala M_X . Hierbei sind die Gluinomasse (m_g) und die Massenparameter der Squarks μ_L und μ_R durch die folgenden Beziehungen gegeben

$$m_g = \frac{\alpha_3(M_X)}{\alpha_{GUT}} M \approx 2.53 M \quad (3.96)$$

$$\mu_L^2 \approx m_{3/2}^2 + 5.3 M^2$$

$$\mu_R^2 \approx m_{3/2}^2 + 4.8 M^2$$

Wählen wir zur Veranschaulichung $A = 3$, $m_{3/2} = 15$ GeV und $\mu = 2.2$ (3.1), so erhält man⁽¹⁹⁷⁾:

$$c \approx -0.26 \quad (-0.45)$$

$$m_t = 25 \quad (35) \text{ GeV} \quad (3.97)$$

$$m_{\tilde{g}} = 84 \quad (118) \text{ GeV}$$

$$M = 75 \quad (102) \text{ GeV}$$

und der mittleren Squarkmasse M . Aus den Gln. (3.95) und (3.96) läßt sich mit Hilfe von Stabilitätsargumenten⁽¹⁹⁵⁾ folgern, daß ein großer Wert für c immer ziemlich schwere Squarks und Gluinos erfordert. Die phänomenologische Analyse in Ref. (198) zeigt jedoch, daß in diesem Fall die supersymmetrischen Beiträge nur sehr wenig zur CP Verletzung beitragen; dies bedeutet, daß sich aus Prozessen mit CP Verletzung keine Rückschlüsse auf das oben betrachtete minimale Modell der Supergravitation ziehen lassen. In einer Untersuchung weisen jedoch Datta et al.⁽¹⁹⁹⁾ darauf hin, daß der Parameter m_2^2 in speziellen Modellen^(200,201) bei niedrigen Energien negative Werte entwickeln kann, so daß c bei diesen Energien sogar positive Werte annehmen kann. Insbesondere das Modell von Claudson et al.⁽²⁰¹⁾, das ein leichtes

t-Quark beinhaltet, ist bisher mit der Phänomenologie verträglich; in diesem Szenario zerfällt das $SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ invariante Vakuum mit einer Halbwertszeit, die für gewisse Wahl der Parameter größer ist als die Lebensdauer des Universums, in das wahre Vakuum, das diese Symmetrie verletzt.

Abschließend beschäftigen wir uns mit einigen theoretischen Überlegungen zum Parameter A im Zusammenhang mit der Brechung der Symmetrie $SU(2) \times U(1)$ in Modellen mit lokaler $N = 1$ Supersymmetrie (z.B. Nilles Ref. (152)). Betrachtet man Modelle, in denen alle Massenparameter bei niedrigen Energien ihren Ursprung in der Brechung der Supersymmetrie haben, so sollte im Grenzfall $m_{3/2} = 0$ ungebrochene Symmetrie $SU(2) \times U(1)$ vorliegen. Das Superpotential derartiger Modelle kann keine expliziten kleinen Massenparameter aufweisen⁽¹⁸¹⁾; dies läßt sich nur dadurch gewährleisten, daß das Superpotential bei niedrigen Energien nur trilineare Terme aufweist:

$$3 g(\gamma_a) = \sum_a \gamma_a \frac{\partial g}{\partial \gamma_a} \quad (3.98)$$

Ein derartiges Superpotential weist automatisch eine R-Symmetrie auf, unter der sich alle Superfelder mit gleicher Ladung transformieren und die das Auftreten von kleinen Massenparametern verbietet. Das zugehörige skalare Potential lautet⁽¹⁸¹⁾:

$$V = |g_a|^2 + A m_{3/2} (g + g^*) + m_{3/2}^2 |\gamma_a|^2 \quad (3.99)$$

Da $V = 0$ an dem Punkt, bei dem alle leichten Felder verschwindenden Vakuumerwartungswert aufweisen, muß die Brechung der Symmetrie $SU(2) \times U(1)$ (falls sie auf dem "tree"-Graph-Niveau erfolgen soll) bei Minima mit $V < 0$ stattfinden. Dies induziert eine kosmologische Konstante, die durch Anpassen der Parameter im "verborgenen" Sektor kompensiert werden muß. Nur der zweite Term in Gl. (3.99) kann negative Beiträge liefern, und die Forderung $V < 0$ am Minimum mit $SU(2) \times U(1)$ Brechung führt zu einer unteren Schranke für A. Für $A = 3$ folgt aus den Gln. (3.98) und (3.99):

$$V = |g_a|^2 + m_{3/2}^2 |\gamma_a^*|^2 \quad (3.100)$$

so daß in diesem Fall immer noch gilt $V \geq 0$. Für $|A| < 3$ kann die Brechung von $SU(2) \times U(1)$ nicht am absoluten Minimum erfolgen, da in diesem Fall

$V = 0$ das Verschwinden der Vakuumerwartungswerte aller skalaren Felder impliziert. Im Fall eines skalaren Potentials der Form Gl. (3.99) kann die Brechung von $SU(2) \times U(1)$ nur für $|A| \geq 3$ erfolgen⁽¹⁸¹⁾. Um diese Brechung zu bewirken ist eine Erweiterung des Higgs Sektors zumindest um ein Singulett-Superfeld Y erforderlich; die einzige Wahl für zusätzliche Terme im Superpotential, die mit Gl. (3.98) verträglich ist, lautet:

$$g = \lambda Y H \bar{H} + \frac{1}{3} \bar{\psi} \gamma^3 \quad (3.101)$$

Mit $A > 3$ führt ein derartiges Superpotential auf ein skalares Potential mit $SU(2) \times U(1)$ Brechung am absoluten Minimum. Ein derartiges Minimum existiert mit nicht verschwindenden Vakuumerwartungswerten y , h und $\bar{h}$, falls gilt⁽¹⁸¹⁾:

$$1 \leq \frac{\bar{c}}{\lambda} \leq \frac{1}{16} \left\{ A + (A^2 - 8)^{1/2} \right\}^2 \quad (3.102)$$

Daher kann für $A > 3$ die Brechung der schwachen Eichgruppe auf dem "tree"-Graph Niveau stattfinden^(181,202).

Probleme mit diesem Mechanismus der $SU(2) \times U(1)$ Brechung tauchen auf, sobald die Yukawawechselwirkung des Elektrons im Superpotential berücksichtigt wird, weil hierdurch zusätzliche Minima auftreten können, die sehr tief sind und bei denen der skalare Partner des Elektrons einen Vakuumerwartungswert aufweist, so daß $U(1)_{e.m.}$ gebrochen ist. Der einzige Ausweg besteht darin, $A = 3$ zu wählen, so daß alle möglichen Vakua entartet sind ($V_0 = 0$). Die Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen zu A führt dann dazu, daß dieser Parameter bei niedrigen Energien nicht mehr universell ist für alle Terme im Superpotential. Auf diese Weise lassen sich Modelle konstruieren⁽¹⁷⁷⁾, in denen z.B. der effektive Parameter A_e kleiner als 3 ist, während für andere Parameter gilt $A > 3$, so daß die Minima mit $U(1)_{e.m.}$ Brechung vermieden werden.

3.5 Vorhersagen für ϵ'/ϵ und die Systeme $B^0-\bar{B}^0$ und $D^0-\bar{D}^0$

In diesem Abschnitt behandeln wir die Vorhersagen, die sich im Rahmen von Modellen mit lokaler $N = 1$ Supersymmetrie über verschiedene Parameter der CP Verletzung und Mischung auch in den Systemen $B^0-\bar{B}^0$ und $D^0-\bar{D}^0$ gewinnen lassen^(197,199,203,204,205).

Betrachten wir zunächst die "box"-Diagramme, die den Übergang $K^0-\bar{K}^0$ beschreiben. Die neuen Quellen für CP Verletzung im System $K^0-\bar{K}^0$ lassen sich in drei Klassen einteilen: i) in Supersymmetrisierung⁽¹⁸²⁾ der "standard box", bei der die inneren Quarks durch ihre skalaren Partner, die Squarks (q_{LR}), und die W-Bosonen und der Higgs-skalare H durch ihre fermionischen Partner, das Wino W und das Higgsino H, ersetzt werden; ii) zusätzliche komplexe Parameter im Lagrangeoperator mit "weicher" Brechung der Supersymmetrie, insbesondere Gauginomassen und die Mischung zwischen den Squarks $\tilde{q}_L-\tilde{q}_R$ führen zu einer neuen Klasse von Diagrammen; iii) der Hauptbeitrag stammt jedoch vom Austausch des Gluinos ($\tilde{g}$). Wie wir in Abschnitt 3.2, Gl. (3.61), gesehen haben, induziert die Supersymmetrie eine neue Wechselwirkung:

$$g_W \tilde{u}^* d_L^0 \tilde{W}^+ \quad (3.103)$$

die sich durch die Masseneigenzustände der Squarks und der Quarks ausdrücken läßt:

$$g_W \tilde{u}^* \tilde{u}^u u^{d+} d_L \tilde{W}^+ \quad (3.104)$$

Da jedoch $\tilde{U}^q$ im allgemeinen Fall verschieden ist von U^q , ergeben sich Abweichungen vom gewohnten Verhalten im Bereich der starken Wechselwirkung. Während die starke Kopplung der Quarks an die Gluonen flavordagonal ist, trifft dies für die Kopplung der zugehörigen Gluinos im allgemeinen nicht zu (s. Gl. (3.64)). Der Hauptbeitrag zum "box"-Diagramm stammt vom Austausch von Gluinos zwischen linkshändigen Quarkfeldern und wird durch die KM Phase hervorgerufen^(203,204) die in den Vertices auftaucht.

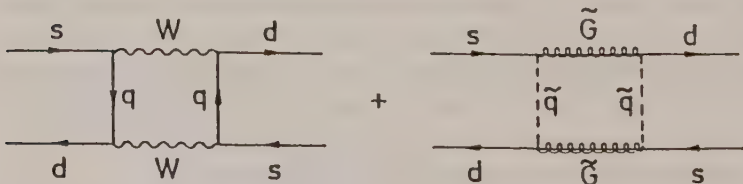


Fig. 26: Beiträge des "box"-Diagramms zum $S = 2$ Matrixelement M_{12}

Die experimentellen Werte der Parameter der CP Verletzung führen zu einer starken Einschränkung der übrigen denkbaren Beiträge zum "box"-Diagramm⁽¹⁹⁷⁾. So kann der Austausch geladener Higgsteilchen zwar genügend große Werte für ϵ liefern, für das Verhältnis ϵ'/ϵ ergeben sich jedoch Werte (~ 0.05)⁽²⁰⁷⁾, die mit den experimentellen Daten nicht mehr vereinbar sind (s. Gl. 1.6, 1.7). Außerdem würde sich in diesem Fall (d.h. Erklärung der CP Verletzung durch eine Phase im Higgssektor) eine Vorhersage für das elektrische Dipolmoment des Neutrons ergeben, die der gegenwärtigen experimentellen Obergrenze gefährlich nahe kommt. In ähnlicher Weise führt im Fall der "naiven" Supersymmetrisierung eine komplexe Mischung zwischen $\tilde{W}$ und $\tilde{H}$ zu Vorhersagen für ϵ'/ϵ und d_n ⁽¹⁸⁶⁾, die mit dem Experiment nicht verträglich sind; zudem ist diese Mischung allein nicht ausreichend, um einen genügend großen Wert für ϵ zu liefern. Betrachten wir die letzte Möglichkeit einer rein supersymmetrischen Erklärung der CP Verletzung, nämlich Gluinoausaustausch mit $\theta_{KM} = 0$, so daß nur die Phase ϕ aus dem Sektor der "weichen" Supersymmetriebrechung beiträgt: Selbst im Fall der großzügigen oberen Schranke $d_n \leq 10^{-24} \text{ e} \cdot \text{cm}$ kann diese Phase für akzeptable Werte der Squark- und Gluinomassen nicht viel größer als 10^{-2} sein^(194, 197); dies hat jedoch die Vorhersage zu kleineren Werten für ϵ zu Folge⁽²⁰³⁾. Die Hauptquelle für CP Verletzung in supersymmetrischen Modellen ist daher erneut die Phase θ_{KM} .

In den Abschnitten 3.3 und 3.4 haben wir uns mit dem Anteil in der "down" Squarkmassenmatrix beschäftigt, der nicht flavordiagonal ist. In der Massensbasis der Materiefelder induziert dieser Anteil eine starke Wechselwirkung, die die Flavorquantenzahl ändert:

$$\mathcal{L}_{\tilde{q}q_d} = i\sqrt{2} g_s \tilde{d}_i^* \bar{q} \frac{1}{2} \lambda^a \{T_L P_L + T_R P_R\}^{ij} d_j \quad (3.105)$$

$$P_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \quad P_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5)$$

mit der Kopplungskonstante g_s der starken Wechselwirkung, den Gell-Mann Matrizen λ^a ($a = 1 \dots 8$) und den Flavorindices i und j . Die Kopplungsmatrizen T_L und T_R stehen im Zusammenhang mit der Squark Massenmatrix (s. Gl. 3.60-3.65). In der Basis, in der die "down"-Quark Massenmatrix diagonal ist ($\hat{M}_d$), erhält man

$$\bar{M}_{\tilde{d}}^2 = \begin{pmatrix} \mu_L^2 \mathbb{1} + \hat{M}_d^2 + c K^\dagger \hat{M}_u^2 K & |A| \mu \hat{M}_d \\ |A| \mu \hat{M}_d & \mu_R^2 \mathbb{1} + \hat{M}_d^2 \end{pmatrix} \quad (3.106)$$

In diesem Ausdruck wurde eine mögliche Phase in Λ ($\Lambda = |A|e^{-2i\phi_\Lambda}$) durch eine Phasentransformation wegerotiert. In der Wechselwirkung Gl. (3.104) taucht ϕ_Λ immer in der Kombination $\phi = \phi - \phi_\Lambda$ auf mit einer möglichen Phase ϕ_g der Gluinomasse ($m_{\tilde{g}} = |m_{\tilde{g}}|e^{-2i\phi_g}$). Die Kopplungsmatrizen T_L, T_R lauten hiermit:

$$(T_L, T_R) = U^\dagger \begin{pmatrix} e^{i\phi} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi} \mathbb{1} \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

$$U^\dagger \bar{M}_{\tilde{d}}^2 U = \text{diag}(\tilde{M}_j^2)$$

Die beiden 6x3 Matrizen T_L und T_R ergeben nebeneinander geschrieben eine unitäre 6x6 Matrix.

Mit Gl. (3.104) läßt sich nun der Beitrag des "box" Diagramms $M_{ab}(\tilde{g})$ zur $M^0 - \bar{M}^0$ Mischung berechnen, mit dem neutralen Meson M^0 der Form $d_a \bar{d}_b$. Wir betrachten zunächst die Mesonen $K^0(\bar{s}d)$, $B_d^0(b\bar{d})$ und $B_s^0(b\bar{s})$; hierbei vernachlässigen wir die Mischung $\tilde{d}_L - \tilde{d}_R$ (vollständiger Ausdruck s. Ref. (203)).

$$\Gamma_L = \begin{pmatrix} K \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Gamma_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.108)$$

$$M_{ab}(\tilde{g}) = \langle M^0 | x_{eff} | \bar{M}^0 \rangle = \frac{\alpha_s^2 f M^2 m_B}{108 m_{\tilde{g}}^2} \sum_{j,m} (8 I_{jm} + 11 K_{jm}) \cdot$$

$$\lambda_{(ab)}^j = K^{ja*} K^{jb} \quad \cdot \quad \lambda_{(ab)}^j \lambda_{(ab)}^m$$

$$I_{jm} = \frac{1}{z_j - z_m} \left\{ \frac{z_j \ln z_j}{(1 - z_j)^2} + \frac{1}{1 - z_j} - (z_j - z_m) \right\} \quad (3.109)$$

$$K_{jm} = \frac{1}{z_j - z_m} \left\{ \frac{z_j^2 \ln z_j}{(1 - z_j)^2} + \frac{1}{1 - z_j} - (z_j - z_m) \right\}$$

$$z_j = \frac{\tilde{M}_j^2}{m_{\tilde{g}}^2}$$

mit dem "bag"-Faktor B , der Masse m_M des Mesons M^0 und dessen Zerfallskonstante f_M , $\alpha_s = g_s^2/4\pi$.

Der experimentelle Wert für die $K^0-\bar{K}^0$ Massendifferenz ΔM liefert Einschränkungen an den Realteil von M_{12} ; dies führt zu einer schwachen Schranke für die Massen von Squarks und Gluinos:

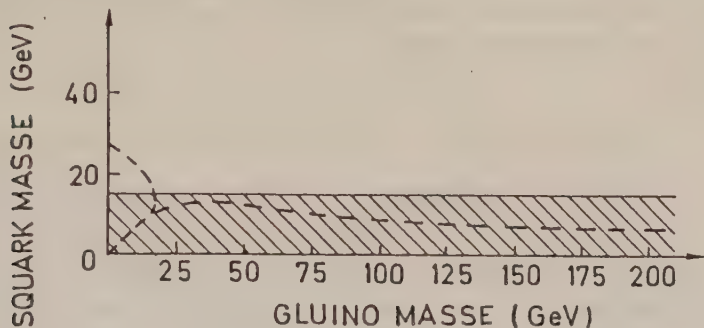


Fig. 27: Schranken für die Massen von Squarks und Gluinos. Das Gebiet oberhalb der unterbrochenen Kurve ist erlaubt durch ΔM , und der schraffierte Bereich durch das Experiment ausgeschlossen.

Auf der anderen Seite führt der Imaginärteil von M_{12} , der zum Parameter der CP Verletzung im System $K^0-\bar{K}^0$ beiträgt, zu einer beträchtlichen Verbesserung im Vergleich zum Standardmodell⁽²⁰⁴⁾.

Der neue Ausdruck für ϵ ist gegeben durch $\epsilon_{\text{stand}} + \epsilon_{\text{SUSY}}$ mit dem Ausdruck Gl. (2.205) für ϵ_{stand} und der folgenden näherungsweisen Formel für ϵ_{SUSY} ⁽²⁰⁴⁾:

$$\epsilon_{\text{SUSY}} = \frac{0.24}{\text{GeV}^2} B s_1^2 (s_2 c_2 s_3 s_4) C^2 \alpha_s^2 \left(\frac{M_W}{M} \right)^6 \frac{m_t^2}{m_c^2} \cdot (3.110)$$

$$\{ m_c^2 + s_1^2 m_t^2 \} f \left(\frac{M}{m_{\tilde{g}}} \right) e^{i\pi/4}$$

Die Funktion f , deren explizite Form in den Referenzen (205) und (203) angegeben wurde, ist für $M/m_{\tilde{g}} = x < 0.65$ sehr klein und nimmt monoton mit x zu für $x < 0.65$. Für $x = 2$ gilt $f = 0(1)$ und für $x = 50$ $f = 0(5)$. Offensichtlich verschwindet ϵ_{SUSY} für $\delta = 0$; ϵ_{SUSY} ist proportional zu c^2 und weist eine empfindliche Abhängigkeit von (M_W/M) auf. Im Gegensatz zum m_t^2 -Verhalten

des Beitrags im Standardmodell wächst ϵ_{SUSY} mit m_t^4 . Dies ist der Grund dafür, daß in der supersymmetrischen Erweiterung selbst im Fall relativ kleiner Massen m_t die B-Zerfallsdaten mit dem experimentellen Wert für ϵ verträglich sind.

In Fig. 28 vergleichen wir die untere Schranke für die Masse des t-Quarks zwischen der Berechnung im Standardmodell (ordinary) und des in der supersymmetrischen Erweiterung (SUSY):

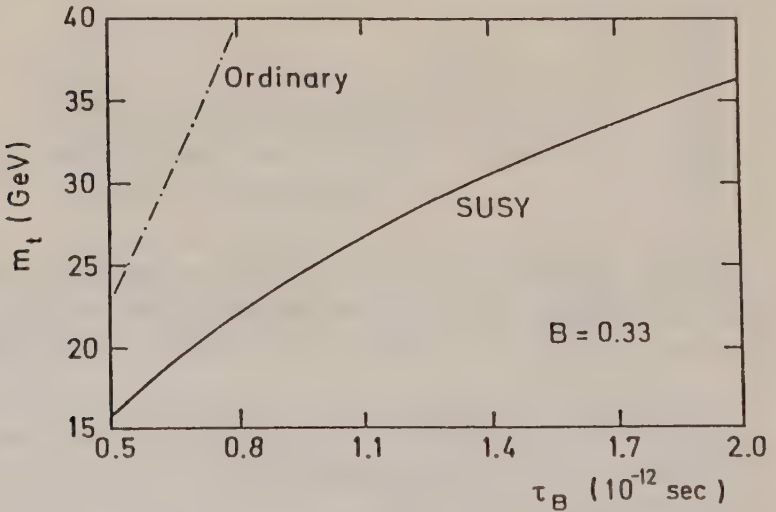


Fig. 28: Die untere Schranke für die Masse des t-Quarks als Funktion von τ_B für $m_q = m_g = 40$ GeV, $A = 3$, $c = 1$ und $B = 1/3$.

So ist im Rahmen der supersymmetrischen Erweiterung selbst bei $B = 0.33$ eine t-Masse von 40 GeV mit einer B-Lebensdauer $\tau_B \sim (1-2) 10^{-12}$ s verträglich. In Fig. 27 wurden die folgenden Parameter gewählt: $\bar{R} = 0.03$, $\alpha_s = 0.1$, $c = -1$, $m_{\tilde{g}} = 40$ GeV, $\mu_L = 50$ GeV, $\mu = 40$ GeV, $\mu_L^2 - \mu_R^2 = 100$ GeV², $|A| = 3$ und $\phi = 0$. (hierbei wurde auch die d_L - d_R Mischung berücksichtigt, die allerdings nur einen Beitrag $O(10^{-2})$ liefert)⁽¹⁹⁷⁾.

Auch die CP Verletzung bei ($\Delta S=1$) K-Zerfällen erhält zusätzliche Beiträge aufgrund supersymmetrischer "Penguin"-Diagramme ("Pinguinos"):

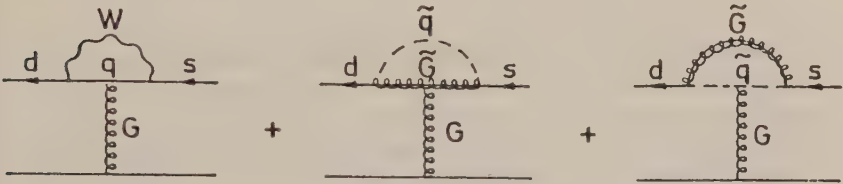


Fig. 29: Penguin- und Pinguinobeiträge zu ϵ' .

Auf diese Weise ergeben sich für das Verhältnis ϵ'/ϵ kleinere Werte als im Standardmodell. In Fig. 30⁽²⁰⁵⁾ zeigen wir ϵ'/ϵ als Funktion von τ_B für $m_t = 40$ GeV und eine Reihe von Werten für c und A ($\phi = 0$); hierbei wurde angenommen, daß 1/6 der gesamten Amplitude für $K^0 \rightarrow \pi\pi$ ($I = 0$) auf Penguinbeiträge zurückzuführen ist.

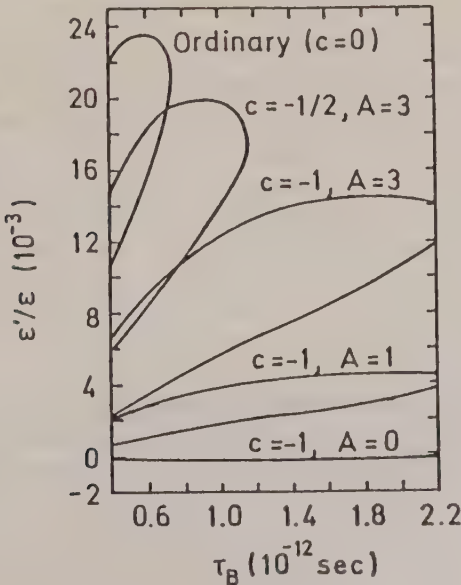


Fig. 30: ϵ'/ϵ als Funktion von τ_B für $m_t = 40$ GeV

Zum Vergleich wurde auch die Kurve eingetragen, die sich im Standardmodell ergibt (ordinary). Die endgültige Formel für ϵ'/ϵ lautet

$$\frac{\epsilon'}{\epsilon} = \left[\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right]_{\text{standard}} + c \tilde{f}(m_t, \tilde{M}, m_{\tilde{g}}, A) \quad (3.111)$$

Mit der komplizierten Funktion $\tilde{f}$ aus Ref. (205). Charakteristisch an Gl. (3.111) ist, daß sich mit negativen Werten für c für die Werte von m_t , $\tilde{M}$, $m_{\tilde{g}}$ und A , für die gilt $\tilde{f} > 0$, die Möglichkeit einer Reduktion der Vorhersage für ϵ'/ϵ im Vergleich zum Standardmodell ergibt. Der Einfluß der Supersymmetrie bei der Berechnung von ϵ'/ϵ ist daher zweifach⁽²⁰⁵⁾:

- i) aufgrund der modifizierten Analyse von ϵ wird der Wert von $(\epsilon'/\epsilon)_{\text{stand}}$ verringert;
- ii) für kleine Werte von A (kleine $\tilde{d}_L - \tilde{d}_R$ Mischung) ist $\tilde{f}$ positiv, daher wird ϵ'/ϵ abermals verringert. Für $|A| \approx 3$ wird $\tilde{f}$ negativ, doch selbst in diesem Fall ergeben sich aufgrund des ersten Terms in Gl. (3.110) niedrigere Werte für ϵ'/ϵ als im Standardmodell.

Im Fall $(c, A) = (-1, 0)$ ergibt sich $\epsilon' \sim 0$ (* superschwache CP Verletzung) und für große τ_B sogar $\epsilon'/\epsilon < 0$.

Abschließend betrachten wir die Vorhersagen, die im Rahmen supersymmetrischer Erweiterungen des Standardmodells hinsichtlich der Mischung und der CP Verletzung in den Systemen $B^0 - \bar{B}^0$ gewinnen lassen^(197, 199). Wie im System $K^0 - \bar{K}^0$ liefert die Supersymmetrie zusätzliche Beiträge zum "box" Diagramm, deren wichtigster Anteil in Gl. (3.108) angegeben wurde. Es stellt sich heraus, daß auch im System $B^0 - \bar{B}^0$ die Beiträge von der Mischung $\tilde{d}_L - \tilde{d}_R$ nur klein sind und im Fall $|A| = 3$ höchstens 30% betragen.

In Ref. (197) wurden die folgenden Ergebnisse (für $B = 0.33$ und $f_B = f_K = 0.16$ GeV angegeben):

- i) Für $c = 1$ ist der Mischungsparameter R_{odd} im Fall B_d^0 um einen Faktor 100 im Vergleich zur Vorhersage im Standardmodell erhöht; dieses Ergebnis ist sehr stark vom Wert des Parameters c abhängig (für $c = -\frac{1}{4}$ ist diese Erhöhung sehr viel geringer.

- ii) Im Fall B_s° ist R_{odd} , wie im Standardmodell, praktisch von τ_B unabhängig, jedoch sehr viel größer:

$$\begin{array}{lll} R_{\text{odd}}(B_s^\circ) = 0.93 & c = -1 & A = 3 \\ R_{\text{odd}}(B_s^\circ) = 0.90 & c = -1 & A = 0 \\ R_{\text{odd}}(B_s^\circ) = 0.20 & c = -1/4 & A = 3 \\ R_{\text{odd}}(B_s^\circ) = 0.12-14 & & \text{Standardmodell} \end{array}$$

$R_{\text{odd}} = 1$ entspricht der maximalen Mischung und liefert eine indirekte Methode, um nach Effekten der Supersymmetrie zu suchen.

- iii) Der Parameter Z der CP Verletzung wird durch supersymmetrische Beiträge für $c = -1$ im Fall B_d° um etwa einen Faktor 1/3 und im Fall B_s° um etwa einen Faktor 1/10 verringert.

- iv) Der Parameter $\epsilon^\pm$ zeigt für $c = -1$ im Fall B_d° eine ziemlich starke Erhöhung, die wegen

$$\epsilon^\pm \approx -2 \frac{R_{\text{odd}}}{1 + R_{\text{odd}}} Z \quad (3.112)$$

aufgrund der Kompensierung der Abnahme von Z durch die starke Erhöhung von R_{odd} erklärt werden kann.

- v) Der Parameter a der "on-shell" CP Verletzung zeigt für $c = -1$ und für große (im Fall B_d°) τ_B eine Erhöhung von nahezu einer Größenordnung im Vergleich zur Vorhersage im Standardmodell. Für B_s° ergeben sich nur kleine Werte für a .

Zur Berechnung der Vorhersagen hinsichtlich des Systems $D^\circ - \bar{D}^\circ$ (199) wird die Massenmatrix des "up"-Squarks benötigt:

$$M_{\tilde{u}}^2 = \begin{pmatrix} \mu_L^2 \mathbb{1} + M_u M_u^\dagger + c M_d M_d^\dagger & A^* m_{3/2} M_u \\ A m_{3/2} M_u^\dagger & \mu_R^2 \mathbb{1} + M_u^\dagger M_u \end{pmatrix} \quad (3.113)$$

Die Autoren von Ref. (199) finden für $s_1 = 0.231$, $s_2 = 0.05$, $s_3 = 0.03$, $s_4 = 1.0$, $m_{3/2} = 60-80$ GeV, $m_t = 30$ GeV, $m_{\tilde{g}} = 20-80$ GeV und $m_q > 20$ GeV:

$$|\Delta m_D| \sim 10^{-18} - 10^{-21} \text{ GeV} \quad (3.114)$$

Die Massendifferenz Δm_D hängt jedoch empfindlich von c ab, so daß sich

für große Winkel $s_2 = 0.1$ und $s_3 = 0.05$ für $c = 3$ der folgende Wert ergibt:

$$|\Delta m_D| \sim 10^{-15} - 10^{-18} \text{ GeV} \quad (3.115)$$

Eine Absättigung der gegenwärtigen oberen Schranke für Δm_D durch supersymmetrische Beiträge ist demnach ziemlich unwahrscheinlich ($\lambda m_D^{(exp)} \lesssim 6.0 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$) (20)

Zusammenfassend läßt sich bemerken, daß supersymmetrische Erweiterungen zur Lösung einer Reihe von möglichen Problemen im Standardmodell beitragen können; dies betrifft die Erklärung des experimentellen Wertes für ϵ im Fall $B = 1/3$ und leichter t-Masse und der experimentellen Obergrenze für ϵ'/ϵ . Außerdem ergeben sich große Beiträge zur Mischung im System $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, die eine Erklärung für das Auftreten von Ereignissen mit Dimyonen gleichen Vorzeichens am $p\bar{p}$ -Collider liefern könnten. Zusätzlich ist auch die $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ Mischung stark erhöht, so daß diese am CESR in Cornell beobachtbar sein könnte. Generell bedeutet dies, daß die Vorhersagen für die Parameter der CP Verletzung und der Mischung in den B-Systemen manchmal um Größenordnungen erhöht sind, so daß eine Bestätigung dieser Vorhersagen einen starken Hinweis auf die Verwirklichung von Supersymmetrie in der Natur geben könnte.

4. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit wurde motiviert durch die neuen experimentellen Ergebnisse zum Zerfall des B-Mesons - seine überraschend lange Lebensdauer und das unerwartet kleine Verhältnis $\bar{R}$ - und die neuen Messungen des Quotienten ϵ'/ϵ am Fermilab und in Brookhaven. Das Ziel war, zunächst im Standardmodell eine möglichst vollständige Analyse derjenigen Parameter und Größen durchzuführen, die bei der Beschreibung der CP Verletzung in den Systemen $K^0-\bar{K}^0$ und $B^0-\bar{B}^0$ von Bedeutung sind. Besonderer Wert wurde dabei auf eine Darstellung der Ergebnisse gelegt, die die untersuchten Parameter nur in Abhängigkeit meßbarer Größen zeigt, so daß neue experimentelle Befunde keine neue Analyse mehr erfordern. Um die Unsicherheiten in den theoretischen Untersuchungen abschätzen zu können, diskutierten wir zunächst sehr ausführlich die Herleitung der Ausdrücke für die Parameter der CP Verletzung ϵ und ϵ'/ϵ . In der Berechnung der hadronischen Matrixelemente für die $\Delta s = 1$ und $\Delta s = 2$ Übergänge fanden wir eine der Hauptunsicherheiten unserer Analyse. Aufbauend auf diese theoretischen Überlegungen untersuchten wir die Bereiche im Parameterraum $(\tau_B, \bar{R}, m_t, B)$, in denen das Standardmodell mit den neuen experimentellen Ergebnissen und der gemessenen CP Verletzung verträglich ist. Weiterhin zeigten wir untere Schranken für ϵ'/ϵ und m_t als Funktionen von τ_B ; die Berücksichtigung der "Kontaktterme" (oder "tad pole" Terme) im Fall des "Pinguin" Matrixelements führte zu beträchtlich kleineren Werten für ϵ'/ϵ , so daß zur Zeit hinsichtlich des Verhältnisses ϵ'/ϵ bei geeigneter Wahl der Parameter B und B' keine Diskrepanz zwischen den Vorhersagen des Standardmodells und den experimentellen Ergebnissen vorliegt. Im Fall des Parameters ϵ ergeben sich andererseits für kleine "bag"-Faktoren ($B \sim 1/3$) und $m_t < 40$ GeV Werte, die kleiner sind als das experimentelle Ergebnis $|\epsilon_K| = 2.28 \times 10^{-3}$. Weiterhin untersuchten wir die Vorhersagen des Standardmodells für die Parameter der CP Verletzung und der Mischung in den Systemen der neutralen Mesonen B_d^0 und B_s^0 . Während virtuelle Übergänge nur unmeßbar kleine Effekte liefern ($10^{-5}-10^{-6}$), sind für "on-shell" Übergänge Effekte der Größenordnung $A_d \approx 0.1-0.2$ zu erwarten; dieses Ergebnis wird getrübt durch die kleinen exklusiven Zerfallsraten beim B-Zerfall, die zur Messung selbst derartig großer Asymmetrien A eine

eine hohe Statistik erforderlich machen. Als weiteres Ergebnis fanden wir sehr hohe Mischung im System $B_s^0 - \bar{B}_s^0$.

Unter Vorwegnahme zukünftiger Schwierigkeiten des Standardmodells, insbesondere bei der Erklärung der Größe von ϵ und ϵ'/ϵ , untersuchten wir Erweiterungen im Rahmen supersymmetrischer Modelle. Nach einer allgemeinen Einführung in Modelle mit lokaler $N = 1$ Supersymmetrie diskutierten wir die neuen Quellen für CP Verletzung, die im Rahmen derartiger Theorien auftreten. Anschließend untersuchten wir die Einschränkungen für die supersymmetrischen Phasen aufgrund der experimentellen Obergrenze für das elektrische Dipolmoment des Neutrons. Es zeigt sich, daß diese Einschränkungen eine Erklärung der beobachteten CP Verletzung allein mit Hilfe supersymmetrischer Phasen verbieten. Als besonders wichtig für die Berechnung der supersymmetrischen Beiträge von ϵ und ϵ'/ϵ erweisen sich die Parameter c und A ; c beschreibt hierbei die Beimischung von Beiträgen $M_U^+ M_U$ zur "down"-Squark Massenmatrix, die zur Folge haben, daß die Massenmatrizen für d-Quarks und d-Squarks (bei niedrigen Energien) nicht mehr gleichzeitig diagonalisiert werden können. Der Parameter A hat seinen Ursprung im Superpotential und beschreibt die "weiche" Brechung der Supersymmetrie. Die Untersuchung der zusätzlichen supersymmetrischen Beiträge zu ϵ zeigt, daß selbst bei kleinen Werten für den "bag" Parameter B ($B \sim 1/3$) und die Masse m_t ($m_t \sim 30$ GeV) keine Schwierigkeit im Zusammenhang mit der langen Lebensdauer τ_B und der gemessenen CP Verletzung mehr auftritt; d.h. die unteren Schranken für m_t als Funktion von τ_B sind beträchtlich niedriger als im Standardmodell. Hinsichtlich des Verhältnisses ϵ'/ϵ kann ein zusätzlicher supersymmetrischer Beitrag (abgesehen von der Reduzierung aufgrund des Beitrags zu ϵ) für geeignete Wahl von c und A sogar sehr kleine negative Werte verursachen. Für die Mischungsparameter in den Systemen B_d^0 und B_s^0 ergeben sich für $c = -1$ generell Werte, die um Größenordnungen höher liegen als die entsprechenden Vorhersagen im Standardmodell; dies bietet im Fall der experimentellen Bestätigung zumindest eine indirekte Möglichkeit zur Unterstützung der Argumente für Supersymmetrie. Das System $D^0 - \bar{D}^0$ auf der anderen Seite ermöglicht erst im Fall einer drastischen Verringerung der experimentellen Obergrenze für Δm_D eine Einschränkung der Supersymmetrieparameter.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Reihe der übrigen gängigen Erweiterungen des Standardmodells, wie z.B.

- i) Modelle mit vier Generationen
- ii) Modelle mit kompliziertem Higgs-Sektor
- iii) links-rechts symmetrische Modelle
- iv) Modelle mit horizontaler Symmetrie

bewußt ausgeklammert, einerseits weil die Diskussion aller zugrundeliegenden Überlegungen den Rahmen der Arbeit gesprengt hätte und andererseits weil gewisse Aspekte, wie z.B. der komplizierte Higgs-Sektor, in supersymmetrischen Theorien bereits automatisch realisiert sind.

Ein besonders interessanter Aspekt von Modellen mit effektiver $N = 1$ Supergravitation bei niedrigen Energien betrifft deren kosmologische Implikationen (208,209,210,211). Falls die Supersymmetrie dazu verwendet wird, die Eichhierarchie zu stabilisieren, so muß die typische Massenaufspaltung zwischen einem Teilchen und seinem Superpartner von der Größenordnung 1 TeV sein. In Modellen mit minimaler Kopplung trifft dies auch für das Paar Graviton-Gravitino zu. Gravitinos mit anderen Massen sind möglich in Modellen mit "flachem Potential" ("maximal symmetrische" Modelle)⁽¹⁶⁸⁾; diese Modelle weisen jedoch im allgemeinen einen leichten, schwach gekoppelten Skalar auf, der lange vor seinem Zerfall nichtrelativistisch ist. Dies bedeutet, daß das Universum für typische Gravitinomassen der Ordnung $10^2 - 10^3$ GeV eine späte Phase der Aufheizung durchläuft (von einer Temperatur von 10^{-7} MeV auf 10^{-2} MeV). Hierbei wird jedes zuvor existierende Verhältnis n_B/n_Y (n_B = Dichte der Baryonen, n_Y = Entropiedichte) um 15 Größenordnungen verdünnt⁽²⁰⁸⁾ ohne jede Möglichkeit, den alten Wert wieder zu erreichen.

Ein Gravitino mit der Masse 1 TeV führt jedoch zu starken Einschränkungen im Rahmen des kosmologischen Modells, weil seine Wechselwirkungen rein gravitativ und daher langsam sind. Falls daher Gravitinos instabil sind, zerfallen sie kurz nach der Nucleosynthese; die Zerfallsprodukte können hierbei die Häufigkeit von ^4He , D und ^3Li in komplizierter Weise verändern. Um dies zu vermeiden, muß die thermische Erzeugung von Gravitinos nach der Phase der Inflation stark unterdrückt werden, so daß sich eine Schranke für die Aufheiztemperatur $T_R < 2.5 \times 10^8 \text{ GeV} (m_{3/2}/100 \text{ GeV})^{-1}$ ergibt^(211,214). Im

weniger wahrscheinlichen Fall stabiler Gravitinos, in dem das Photino schwerer ist als das Gravitino, ist die Schranke weniger restriktiv $T_R < 1.3 \times 10^{12} (m_{3/2} / 100 \text{ GeV})^{-1}$ (211,214). Ein interessantes Problem besteht nun darin, im Rahmen supersymmetrischer Modelle die Beziehung zwischen Protonzerfall, Neutrinomassen und der Erzeugung der kosmologischen Baryonasymmetrie zu untersuchen (211).

Eine weitere Frage betrifft den Zusammenhang zwischen der Ursache für die kosmologische Baryonasymmetrie und dem Ursprung für CP Verletzung bei schwachen Prozessen (212,213). Chang, Mohapatra und Senjanović berichten über eine Klasse von Modellen (212), in denen die Phase der CP Verletzung beim K-Zerfall identisch ist mit der, die die Materie-Antimaterieasymmetrie im Universum hervorruft. Der wesentliche Gesichtspunkt dieser Modelle besteht darin, daß Effekte schwerer Teilchen, die auf dem Niveau der superschweren Skala CP Verletzung verursachen, nicht entkoppeln und durch Quanteneffekte die Massenmatrizen der leichten Fermionen beeinflussen. Dies scheint im Widerspruch zum sog. "decoupling" Theorem (215) zu stehen, das im wesentlichen folgendes besagt: Falls der "leichte Sektor" der Theorie durch Eichinvarianz charakterisiert ist, so ist der Effekt schwerer Teilchen bei niedrigen Energien umgekehrt proportional zu deren Massen. Dies gilt jedoch nur, falls es sich um die allgemeinste eichinvariante Theorie für den leichten Sektor handelt. So impliziert z.B. die allgemeinste $SU(2) \times U(1)$ Theorie mit nur einem Higgsdoublett Erhaltung der Baryonzahl; jeder Prozess mit $\Delta B \neq 0$, der durch schwere Teilchen verursacht wird, ist daher durch deren große Masse unterdrückt.

Betrachtet man Modelle mit spontaner CP Verletzung, d.h. mit reellen Yukawa Kopplungen, so handelt es sich nicht um die allgemeinste Form der Theorie, die mit der Eichinvarianz verträglich ist. Daher muß auch der Beitrag schwerer Teilchen zum Imaginärteil der Yukawa Kopplungen (z.B. über die RGG1) nicht durch $1/m_H$ unterdrückt sein. Auf diese Weise können schwere Teilchen nicht vernachlässigbare Effekte bei niedrigen Energien hervorrufen und CP Verletzung im System der neutralen K-Mesonen verursachen.

In der vorliegenden Arbeit wurde im Rahmen einer phänomenologischen Analyse versucht, jede heute verfügbare Information zu verwenden, um Aussagen über

die Parameter der CP Verletzung zu gewinnen. Dies kann als erster unerläßlicher Schritt bei der Suche nach dem Ursprung für dieses Phänomen gedeutet werden. In welchem Zusammenhang die CP Verletzungsparameter der verschiedenen Bereiche, schwache Wechselwirkung, Farbwechselwirkung und (kosmologische Baryonensymmetrie) GUT Wechselwirkung untereinander stehen und ob ein solcher überhaupt besteht, sind bisher ungeklärte Fragen.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich meinem Betreuer, Herrn Dr. A.J. Buras für seine fortwährende Unterstützung und Ermutigung und für viele anregende Diskussionen herzlich danken. Den Professoren Dr. H. Fritzsche und Dr. H.P. Dürr gilt mein Dank für ihre Bereitschaft, die Gutachten für diese Dissertation zu erstellen. Ferner möchte ich die wertvollen Anregungen von J.M. Gérard und F. Pich dankbar erwähnen. Ebenso danke ich M. Lindner, W. Lerche, D. Lüst und K.H. Streng für nützliche Diskussionen. Herrn Dr. S.Ch-Y. Ting danke ich unter anderem für interessante Erläuterungen zum Motto der Widmung ("Ein 'Gesetz', das festgeschrieben werden kann, ist kein 'Gesetz'; ein 'Name', der gegeben werden kann, ist kein 'Name'", fr. Ü.).

Dem Max-Planck-Institut bin ich zu Dank verpflichtet für die materielle und ideelle Unterstützung während der Erstellung dieser Dissertation, ebenso wie der Studienstiftung des deutschen Volkes, die die Übergangszeit zwischen Diplom und dem Beginn der Arbeit am MPI finanziert hat.

Schließlich danke ich den Damen Frau A. Drukier, Frau C. Reinke und Frau R. Jurgeleit für das Tippen des Manuskripts.

Fußnoten

- [F1] Die nachfolgende Klassifizierung ist eine Verallgemeinerung der Einteilung in Ref. (5), die auf die Untersuchung von CP Verletzung bei B-Zerfällen zugeschnitten ist.
- [F2] Neben den oben genannten gibt es eine Reihe von weiteren Messungen der B-Lebensdauer, deren Ergebnisse alle mit den Gln. (1.1) und (1.2) verträglich sind⁽¹⁴⁾:
- $$\begin{aligned}\tau_B &= (1.16 \pm 0.35 \pm 0.24) 10^{-12} \text{ sec} && (\text{DELCO}) \\ \tau_B &= (1.8 \pm 0.4 \pm 0.3) 10^{-12} \text{ sec} && (\text{JADE}) \\ \tau_B &= (1.9 \pm 0.4 \pm 0.6) 10^{-12} \text{ sec} && (\text{TASSO})\end{aligned}$$
- [F3] Ein weiteres Argument für die Freiheit einer Phasenredefinition der Quarkfelder besteht darin, daß für jede Flavoursorte die Antivertauschungsrelationen der Quarkfelder von der Phase unabhängig sind, so daß auch die Observablen von dieser Phase nicht abhängen dürfen; dies ist nichttrivial im Fall einer Observablen, die aufgrund der kohärenten Addition von Amplituden, die von verschiedenen Quarkfeldern herrühren, Interferenzterme aufweist.
- [F4] In Ref. (216) wurde eine Form der Wolfenstein Parametrisierung angegeben, die wie unsere Gl. (2.19) im Imaginär- und Realteil unitär ist bis zur Ordnung λ^4 ; im Gegensatz zur in Gl. (2.19) angegebenen Matrix, die sich aus Gl. (2.15) ableiten läßt, enthält diese (Ref. (216), Gl. (1)) jedoch 5 Parameter (λ, A, B, ξ, η).
- [F5] In der nachfolgenden Tabelle geben wir die Parameter $\bar{y}_1$ und $\bar{y}_2$ für verschiedene Quarkmassen m_b , m_c und $BR(b \rightarrow ce\nu) = 12\%$, $\Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV}$ an. Die niedrigeren Quarkmassen entsprechen den "Stromquark"- und die höheren den "Konstituentenquarkmassen". Für die jeweilige Kombination von Quarkmassen beschreiben die Faktoren $\bar{z}$ und $\bar{y}$ die Reskalierung der Größen $\bar{R}$ und τ_B , d.h.

$$\bar{R} \rightarrow \bar{z} \bar{R} \qquad \tau_B \rightarrow \bar{y} \tau_B$$

$$\begin{aligned}\text{mit} \quad \bar{z} &= (\bar{y}_1/\bar{y}_2)_{\text{stand}} / (\bar{y}_1, \bar{y}_2) \\ \bar{y} &= (\bar{y}_1 m_b^5)_{\text{stand}} / (\bar{y}_1 m_b^5) \end{aligned}$$

Mit "stand" bezeichnen wir die folgende Wahl für die Parameter:

$$m_c = 1.4 \text{ GeV}, m_b = 4.6 \text{ GeV}, \Lambda_{\text{QCD}} = 200 \text{ MeV}, m_u = 5 \text{ MeV}, \\ m_d = 7.5 \text{ MeV}, m_s = 150 \text{ MeV}, m_B = 4.9 \text{ GeV und } m_B^{(s)} = 5.1 \text{ GeV}.$$

m_b	4.6	4.6	4.8	4.8	5.0	5.0	5.2	5.2
m_c	1.3	1.4	1.3	1.4	1.6	1.7	1.6	1.7
$\bar{\delta}_1$	4.0	3.7	4.2	3.9	3.5	3.1	3.7	3.4
$\bar{\delta}_2$	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
$\bar{z}$	0.92	1.00	0.88	0.95	1.09	1.19	1.03	1.12
$\bar{y}$	0.92	1.00	0.71	0.76	0.70	0.77	0.55	0.59

Tabelle F5: Die Werte der Parameter $\bar{j}_1$ und $\bar{y}_2$ für verschiedene Werte von m_c und m_b , $BR(b \rightarrow ce\gamma) = 12\%$ und $\Lambda_{\text{QCD}} = 200 \text{ MeV}$. $\bar{z}$ und $\bar{y}$ sind die Reskalierungsfaktoren für $\bar{R}$ bzw. τ_B , mit deren Hilfe die Resultate für verschiedene Parameterwahl direkt aus den Diagrammen dieser Arbeit gewonnen werden können.

[F6] Zur Phasendifferenz $\delta_0 - \delta$: Der angegebene Wert weicht ab von der Vorhersage aufgrund des experimentellen Ergebnisses für die Amplituden $A(K \rightarrow \pi\pi)$ in der Standardparametrisierung (s. Gl. (2.78, 79)):

$$(\delta_0 - \delta_2)^{\Delta I} = (56.5 \pm 3)^\circ \quad (217).$$

Auf der anderen Seite wird für die Phasenverschiebung bei der elastischen $\pi\pi$ Streuung üblicherweise das folgende experimentelle Resultat zitiert⁽²¹⁸⁾:

$$(\delta_2 - \delta_0)^{\text{streu}} = (53. \pm 5)^\circ.$$

Der in Gl. (2.80) angegebene Wert ist konsistent mit den Vorhersagen⁽²¹⁹⁾ aufgrund von PCAC und Stromalgebra.

[F7] Wir vernachlässigen hier elektromagnetische Korrekturen und die Isospin-Verletzung durch die Quarkmassen.

[F8] Es seien hier noch zwei Anmerkungen zur $\Delta I = 1/2$ Regel bei Hyperon-Zerfällen gemacht⁽⁶²⁾:

- i) Betrachten wir diejenigen Beiträge zu Hyperonzerfällen, die durch das Matrixelement des Operators O_i zwischen Baryonzuständen hervorgerufen werden, welche durch Anwendung von PCAC gewonnen wurden. Da der Operator O_+ in jedem Quarkpaar symmetrisch unter der Vertauschung der Farbquantenzahlen ist, während die Baryonwellenfunktion vollständige Antisymmetrie in den Farbfreiheitsgraden aufweist, verschwindet das Matrixelement zwischen den betreffenden Zuständen. In dem Maße, in dem die hier besprochenen Beiträge für Hyperonzerfälle maßgeblich sind, ist die $\Delta I = 1/2$ -Regel automatisch erfüllt; dies gilt jedoch nicht für separable Beiträge.

- ii) Betrachten wir die Zerfälle $\Lambda^- \rightarrow \Xi^- \pi^0$:

Im Fall exakter Gültigkeit der $I = 1/2$ ergibt sich

$$R = \frac{\Gamma(\Lambda^- \rightarrow \Xi^- \pi^0)}{\Gamma(\Lambda^- \rightarrow \Xi^- \pi^+)} = \frac{|\Lambda_{3/2} - \sqrt{2} \Lambda_{1/2}|^2}{|\sqrt{2} \Lambda_{3/2} + \Lambda_{1/2}|^2} = \frac{\Lambda_{3/2}^2}{2}$$

Experimentelle Messungen ergeben⁽⁶⁾ $R = 2.93 \pm 0.35$. Diese beträchtliche Verletzung der $\Delta I = 1/2$ Regel zeigt, daß es sich hier um keinen Symmetrieeffekt, sondern um einen dynamischen Effekt handeln muß. Insbesondere erscheint ein Wert $R > 2$ nur bei Vorhandensein einer nichttrivialen Phase zwischen $\Lambda_{3/2}$ und $\Lambda_{1/2}$ möglich.

[F9] Es sei hier darauf hingewiesen, daß die obigen Berechnungen durchgeführt wurden, um wesentliche Punkte der Argumentation zu verdeutlichen; es kann sich hier nicht um eine strenge Abschätzung für $\mathcal{M}$ handeln, da insbesondere der Ansatz Gl. (2.175) für die skalaren und pseudo-skalaren Matrixelemente ad hoc war (bis auf Einhaltung von PCAC). Ein konsistentes Verfahren besteht in der systematischen Anwendung der chiralen Störungstheorie⁽⁸³⁾.

- [F10] Diese Überlegungen finden sich in etwas allgemeinerer Form in Ref. (105); schon für $\bar{R} < 0.09$ läßt sich zeigen, daß gelten muß $s_f > 0$, um die beobachtete Phase von ϵ_k zu reproduzieren.
- [F11] In vielen Arbeiten (138, 28, 142) wird die Formel $r_2 = (r + \bar{r}) / (1 + r + \bar{r} + r\bar{r})$ verwendet; da jedoch ununterscheidbar ist, ob ein gemessenes Lepton ℓ^- aus dem Zerfall eines ursprünglich erzeugten Zustands B^0 stammt oder über Mischung aus einem ursprünglich vorhandenen Zustand $\bar{B}^0$, erscheint es als unphysikalisch $N^{+-} + N^{-+} \sim 1 + \bar{r}$ zu verwenden. Durch explizite Rechnung erhalten wir Gl. (2.261).
- [F12] Die niedrige Multiplizität bei diesen Ereignissen scheint Schwierigkeiten für diese Deutung zu bereiten. Bei der kleinen Statistik, die gegenwärtig vorliegt, lassen sich bisher jedoch keine definitiven Aussagen machen.
- [F13] Wir haben den Ausdruck für A Gl. (2.269) neu berechnet und hierbei eine Abweichung vom Ergebnis in Ref. (142, 143) gefunden, die im Vorfaktor $2y$ an Stelle von y vor $\cos 2\varphi$ besteht. Unser Ergebnis stimmt jedoch überein mit Gl.(6.1) in Ref. (136). Um für A und W positive Werte zu erhalten, haben wir gegenüber der Definition dieser Größen in Ref.(136, 137) entgegengesetzte Vorzeichen gewählt.
- [F14] In Ref.(151) berichten Bernard et al. über vorläufige Ergebnisse von Berechnungen der nichtleptonischen schwachen Matrixelemente auf dem Gitter. Sie finden ein signifikant erhöhtes Signal für die $\Delta I = 1/2$ Amplitude; dies wird auf die Dominanz einer Klasse von Graphen, der sog. "eye" Graphen zurückgeführt (s. auch Ref. (220)).

Anhang 1: Diagramme zur phänomenologischen Analyse in Kap. 2.5

Fig. A1: Der Bereich im Raum (R, τ_B) , in dem das Standardmodell mit der im K-System gemessenen CP Verletzung verträglich ist für $m_t = 25, 35, 50$ und 60 GeV und $B = 1/3$. Die durchgezogenen und unterbrochenen Kurven beziehen sich auf Gl. (2.108) unter Berücksichtigung des f -Terms (durchgezogen) bzw. Vernachlässigung (unterbrochen). Die niedriger liegenden Grenzen entsprechen $c_s > 0$. Die schraffierten Gebiete sind aufgrund der Schranke $\epsilon'/\epsilon \leq 0.02$ für $H = -0.54$ verboten.

Fig. A2: Der Bereich im Raum (A, τ_B) , in dem das Standardmodell mit der im K-System gemessenen CP Verletzung verträglich ist für $m_t = 25, 35, 50$ und 80 GeV und $B = 2/3$. Bedeutung der durchgezogenen und unterbrochenen Kurven wie in Fig. A1.

Fig. A3: Der Bereich im Raum (A, τ_B) , in dem das Standardmodell verträglich ist mit der im K-System gemessenen CP Verletzung für $m_t = 25, 35, 50$ und 80 GeV und $B = 1$. Bedeutung der durchgezogenen und unterbrochenen Kurven wie in Fig. A1.

Fig. A4: Die untere Schranke für m_t als Funktion von τ_B für $R = 0.01$ und 0.05 , $B = 1/3, 2/3$ und 1 und $c_s > 0$. Bedeutung der durchgezogenen und unterbrochenen Kurven wie in Fig. A1.

Fig. A5: Die untere Schranke für m_t als Funktion von τ_B für $R = 0.01$ und 0.05 , $B = 1/3, 2/3$ und 1 , aber ohne Einschränkung des Vorzeichens von c_s .

Fig. A6: Die Werte von s_3 als Funktion von τ_B für $R = 0.010, 0.025$ und 0.050 nach Gl. (2.33) mit $m_b = 4.6$ GeV und $\gamma_2 = 0.37$.

Fig. A7a: Die Werte von s_2 , die verträglich sind mit Gl. (2.34) als Funktion von τ_B für $B = 1/3, 2/3, 1$, $R = 0.10, 0.025, 0.050$ und $m_t = 25$ GeV. Die Kurven wurden mit $\epsilon_A = 2.28 \times 10^{-3}$ berechnet. Der experimentelle Fehler für ϵ entspricht einer Unsicherheit auf der τ_B -Achse von höchstens 4 %. Bedeutung der durchgezogenen und unterbrochenen Linien wie in Fig. A1.

Fig. A7b: Wie in Fig. A7a aber für $m_t = 35$ GeV.

Fig. A8a: Die Werte von δ (in Grad), die verträglich sind mit der gemessenen CP Verletzung im K System als Funktion von τ_B für $B = 1/3, 2/3$ und 1 , $R = 0.10, 0.025, 0.050$ und $m_t = 25$ GeV. Der obere (untere) Ast entspricht jeweils dem oberen (unteren) Ast der Kurven in Fig. A7.

Fig. A8b: Wie in Fig. 8a, nur mit $m_t = 35$ GeV.

Fig. A9: Die Werte für das Verhältnis ϵ'/ϵ , die mit der gemessenen CP Verletzung im K-System verträglich sind als Funktion von τ_B für $B = 1/3, 2/3, 1$, $R = 0.010, 0.025$ und $m_t = 25$ GeV. Bedeutung der durchgezogenen und unterbrochenen Linien wie in Fig. A1. Der obere (untere) Ast entspricht jeweils dem unteren (oberen) Ast der Kurven in Fig. A7. Für $R = 0.010$ sind nur die Fälle $B = 2/3$ und 1 erlaubt.

Fig. A10: Wie in Fig. A9 nur mit $m_t = 35$ GeV.

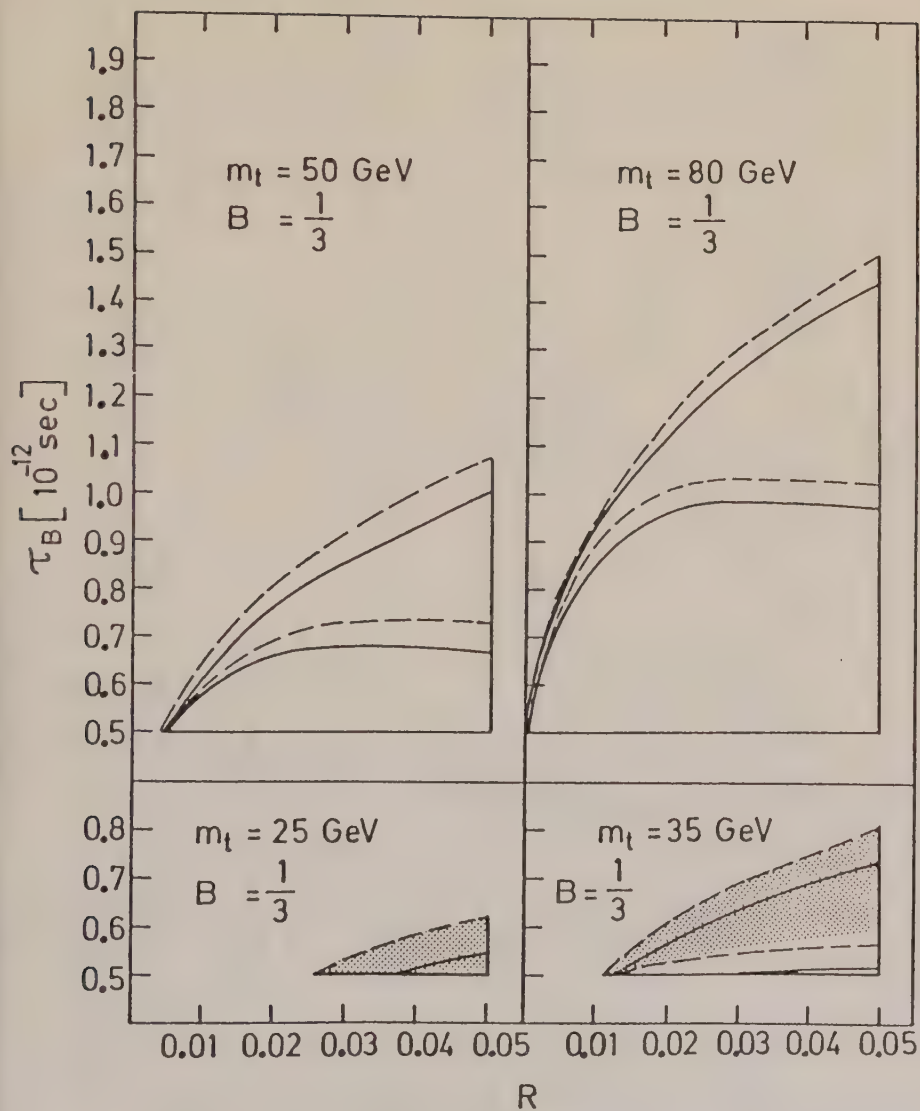


Fig. A1

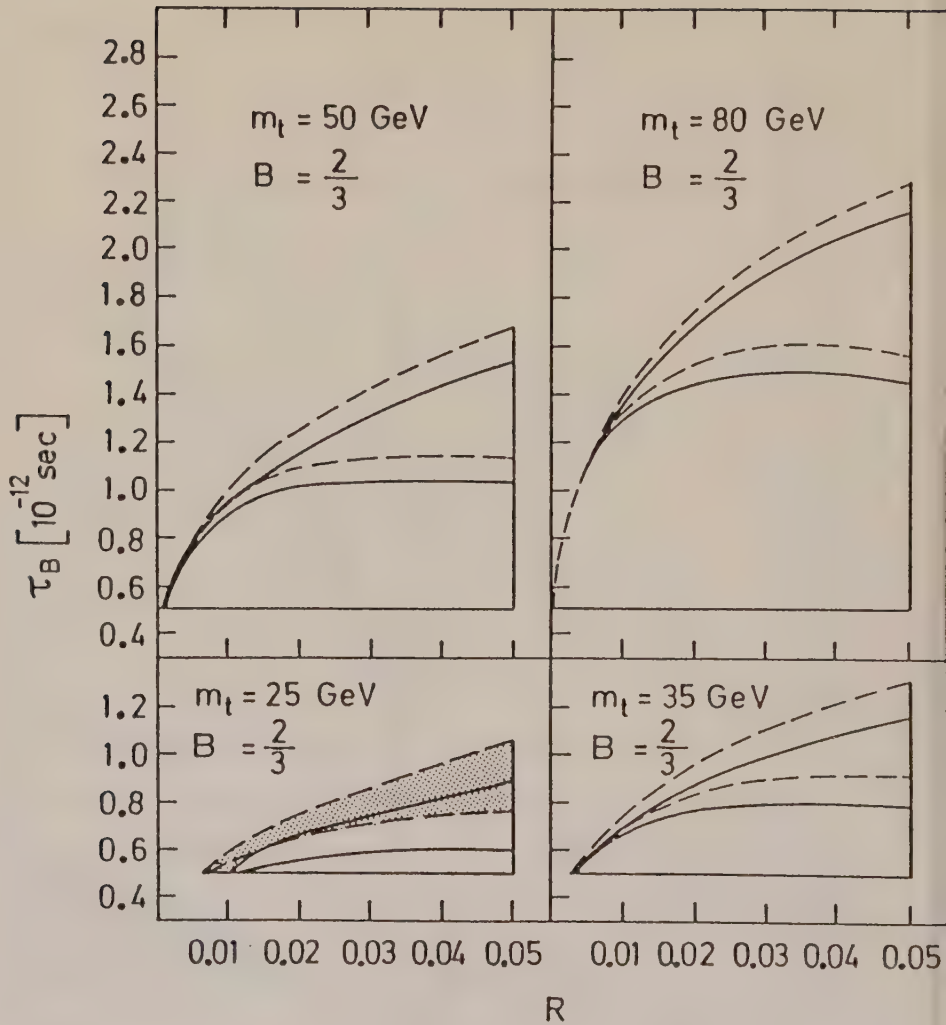


Fig. A2

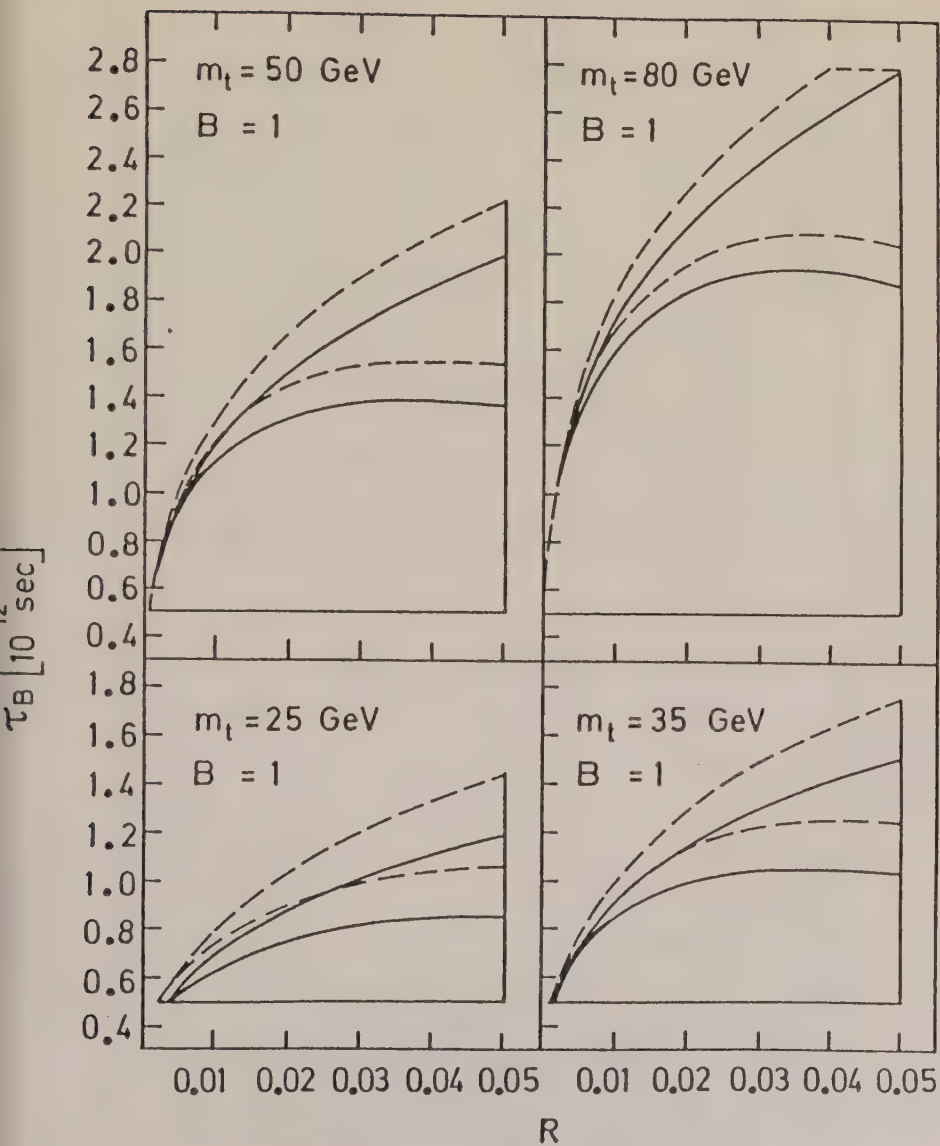


Fig. A3

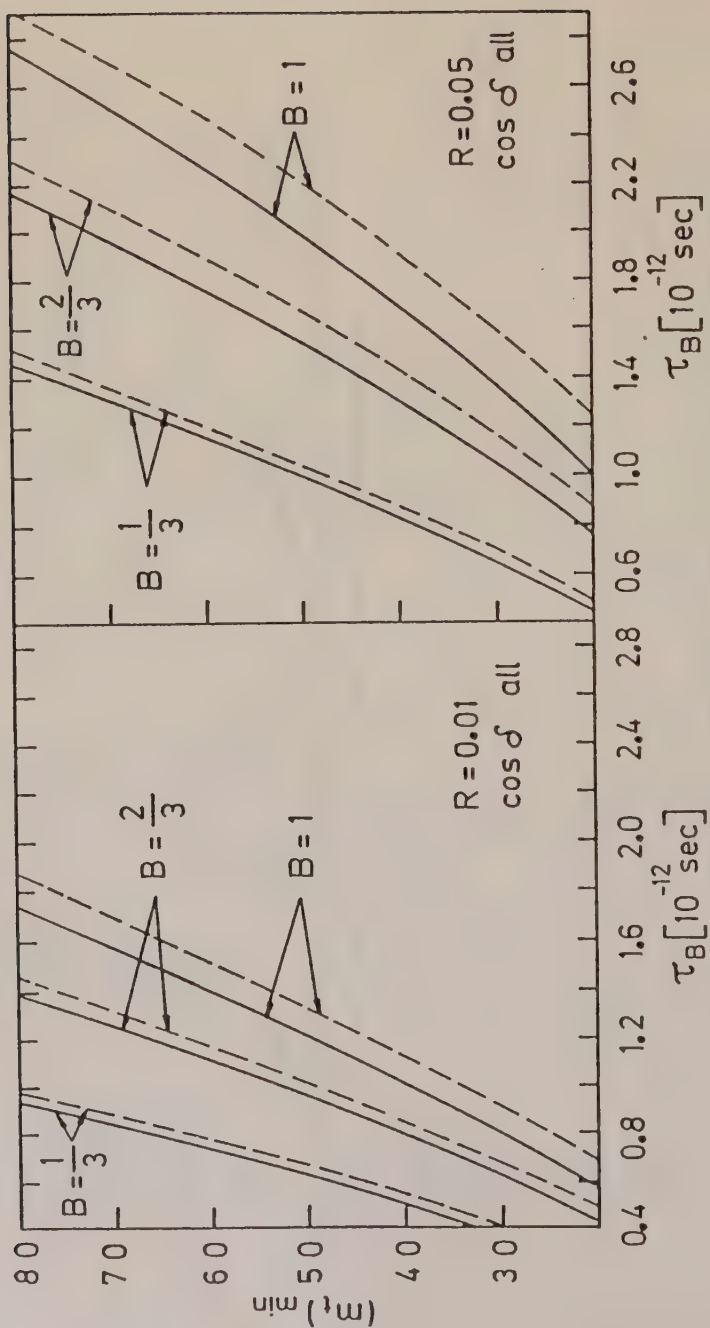


Fig. A4

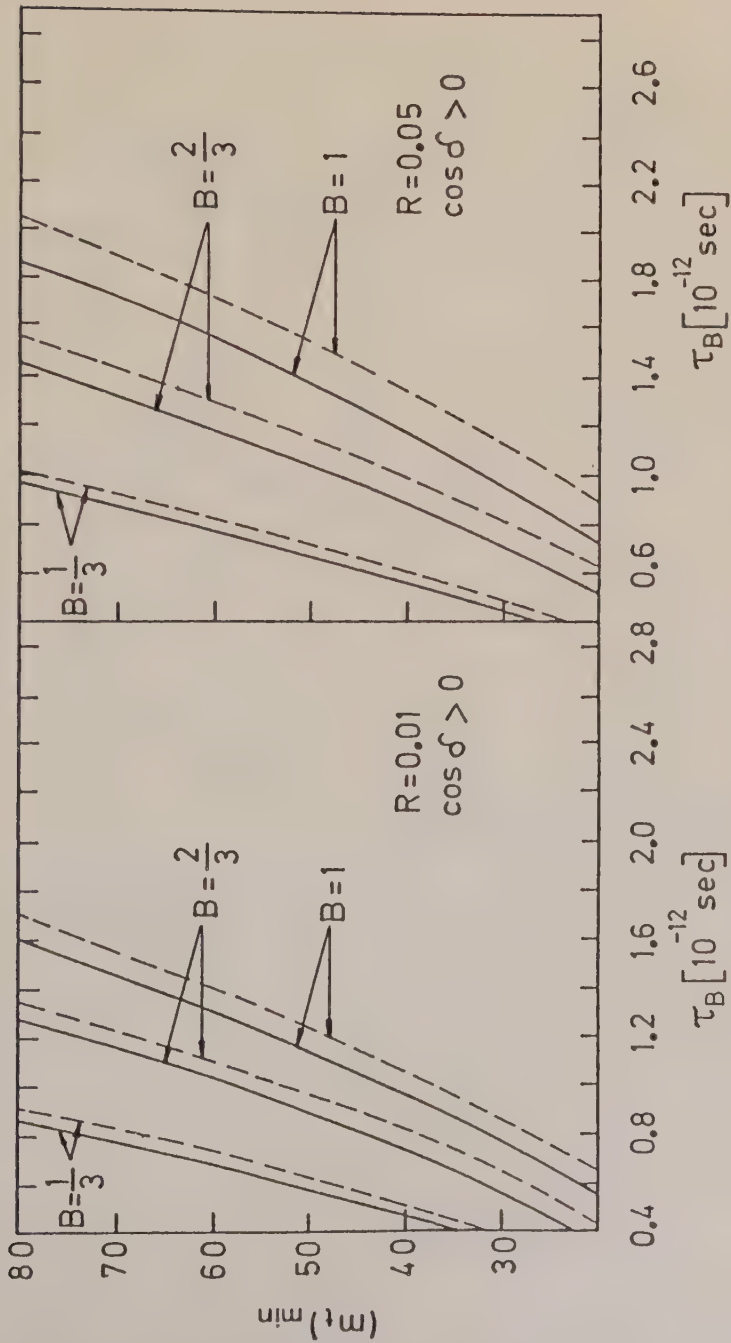


Fig. A5

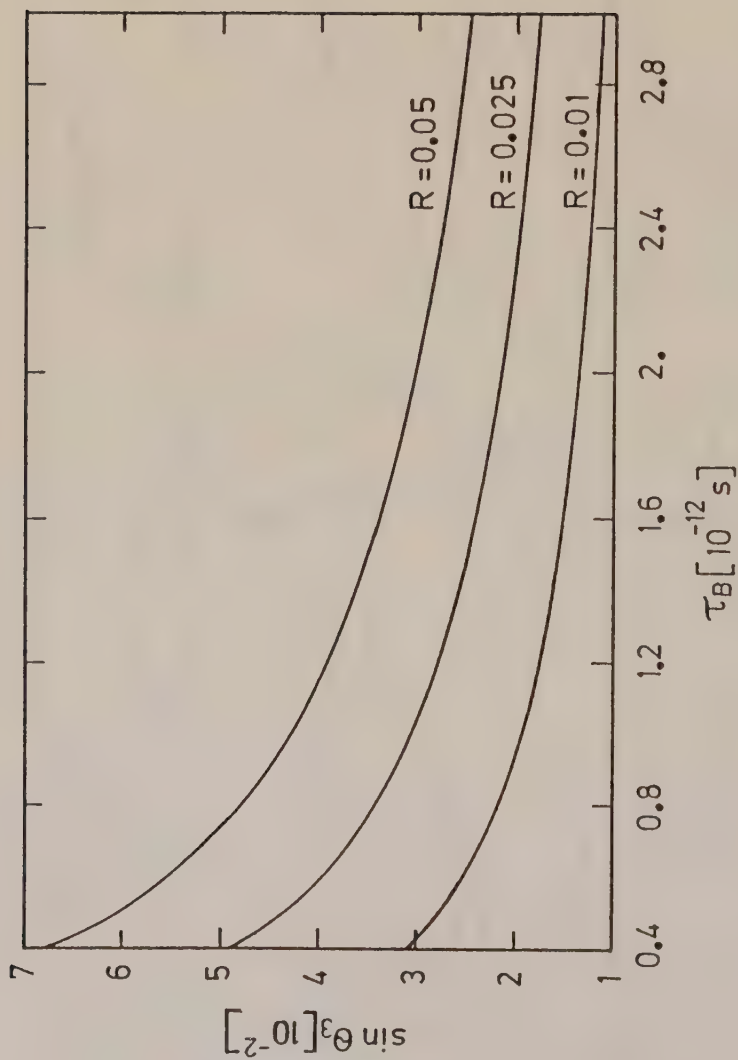


Fig. A6

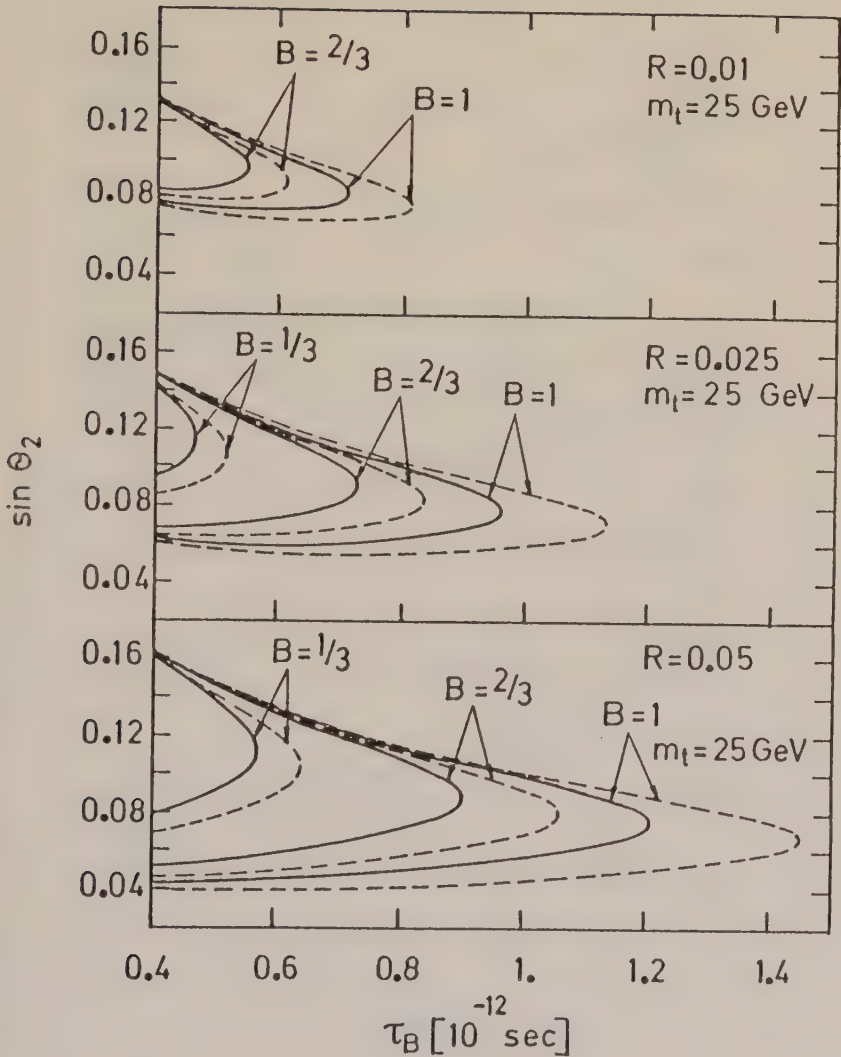


Fig. A7a

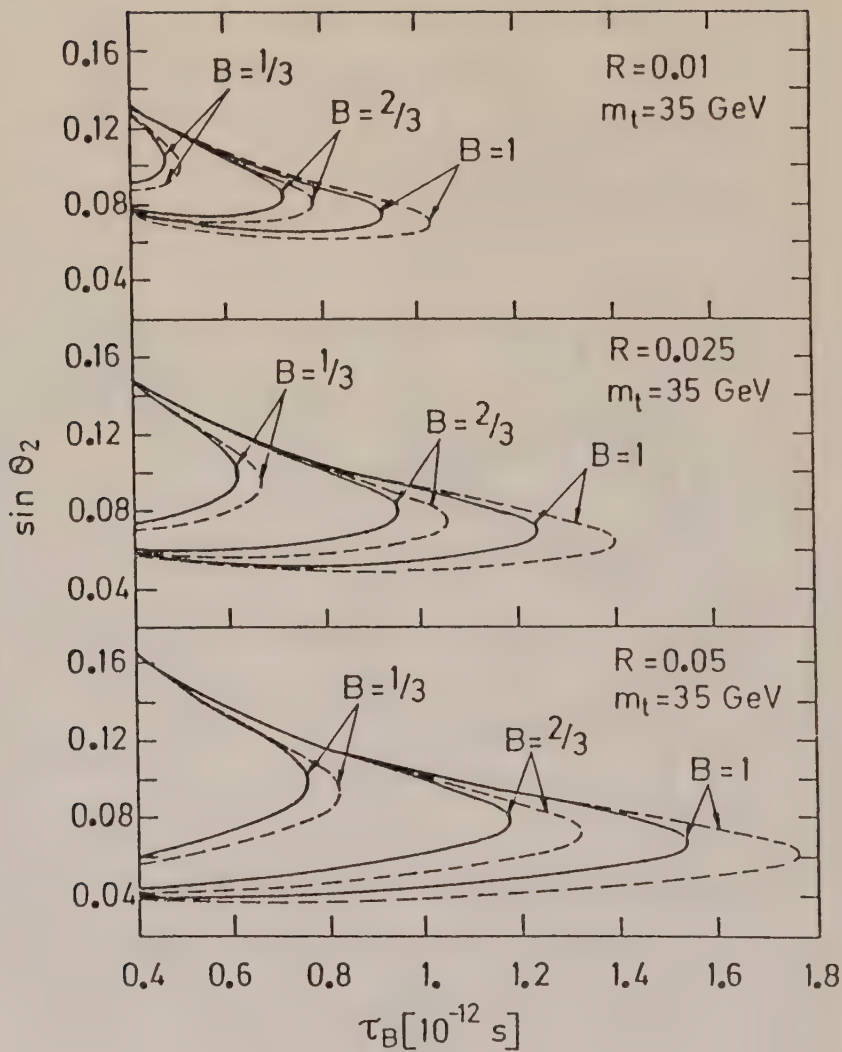


Fig. A7b

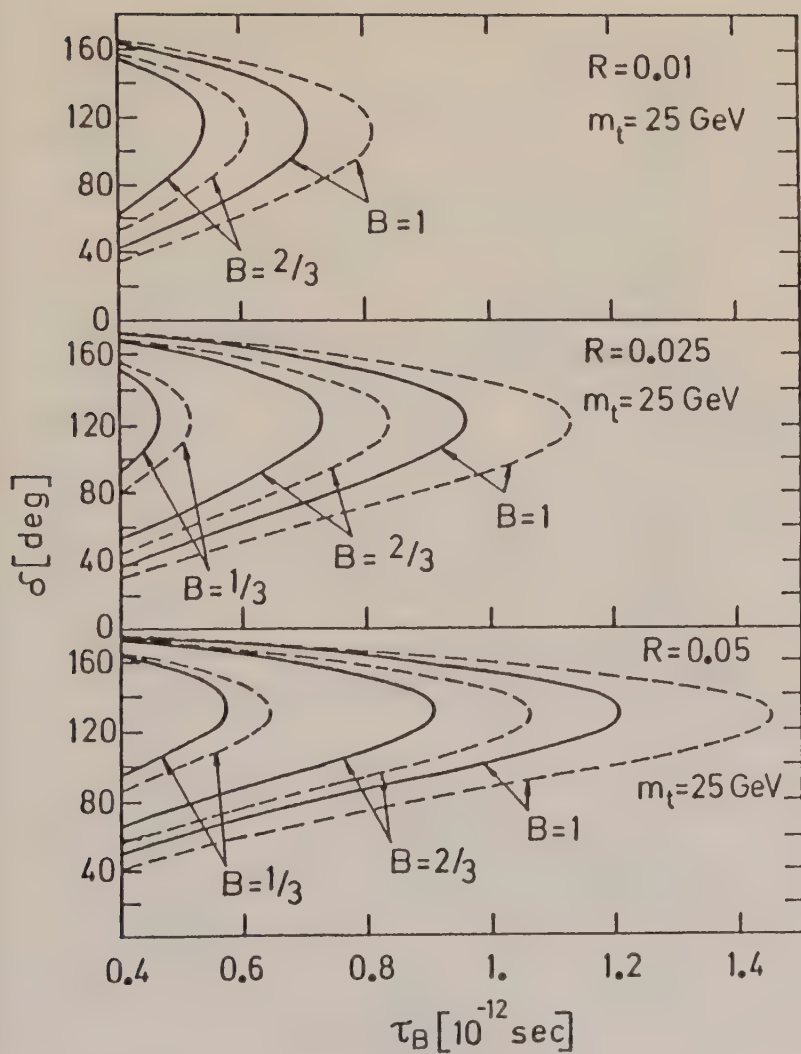


Fig. A8a

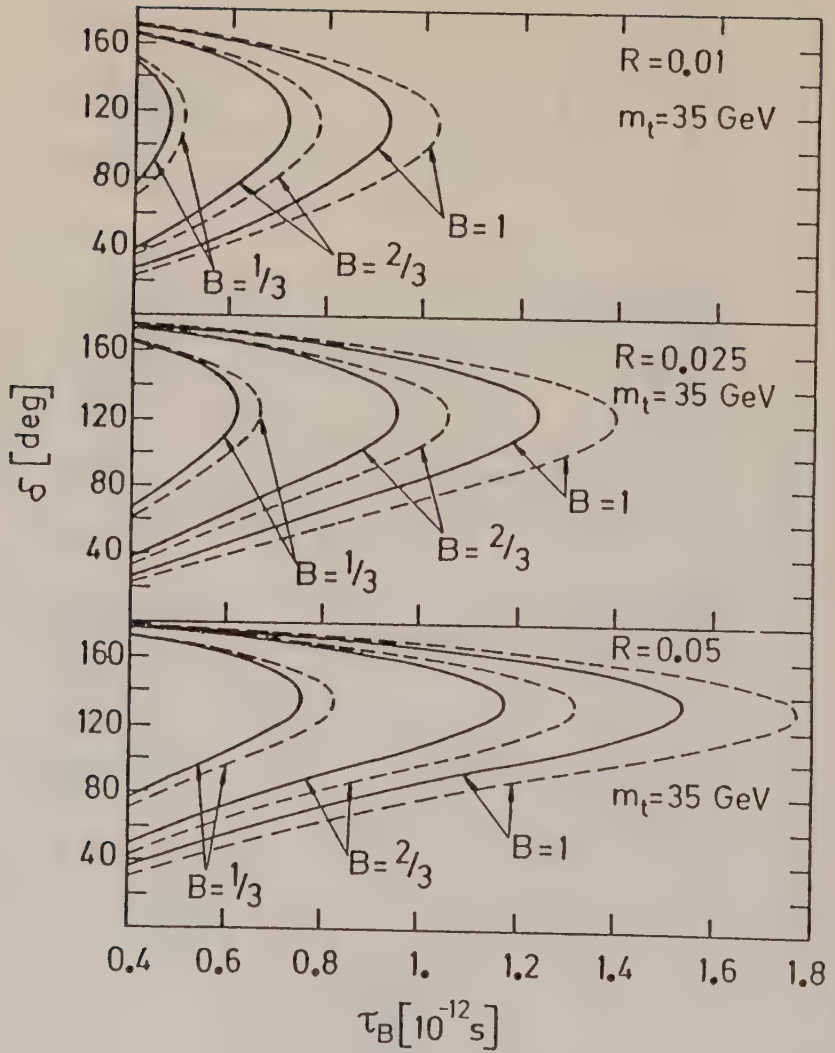


Fig. A8b

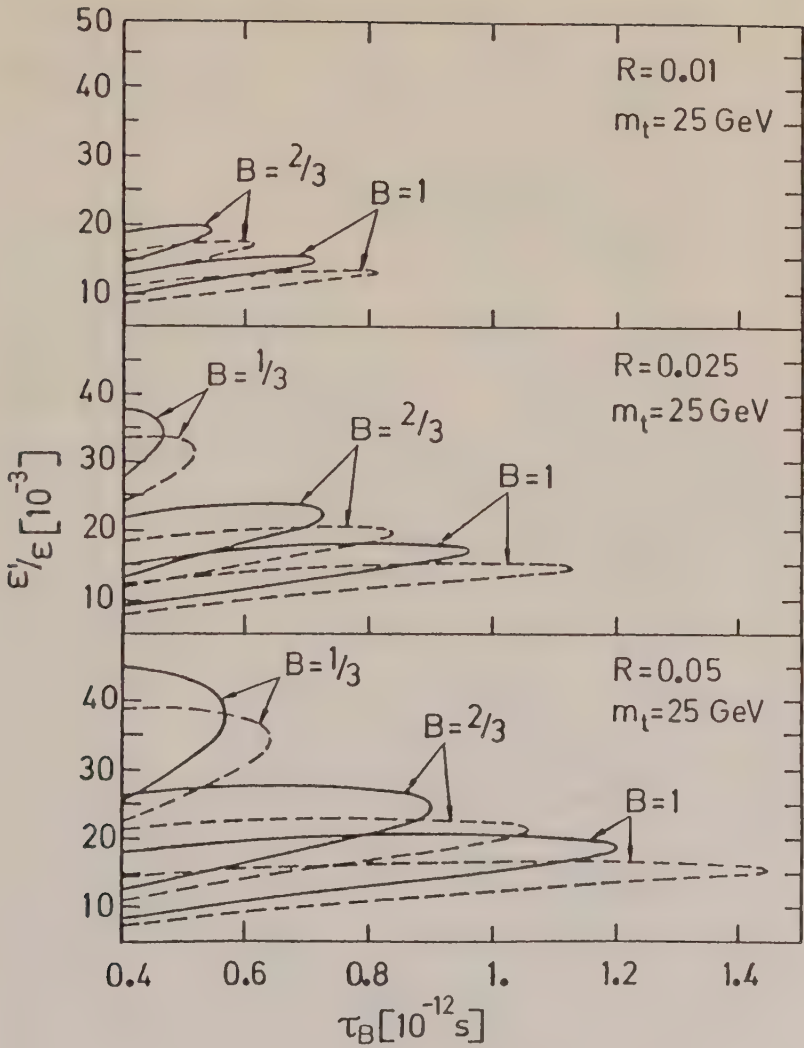


Fig. A9

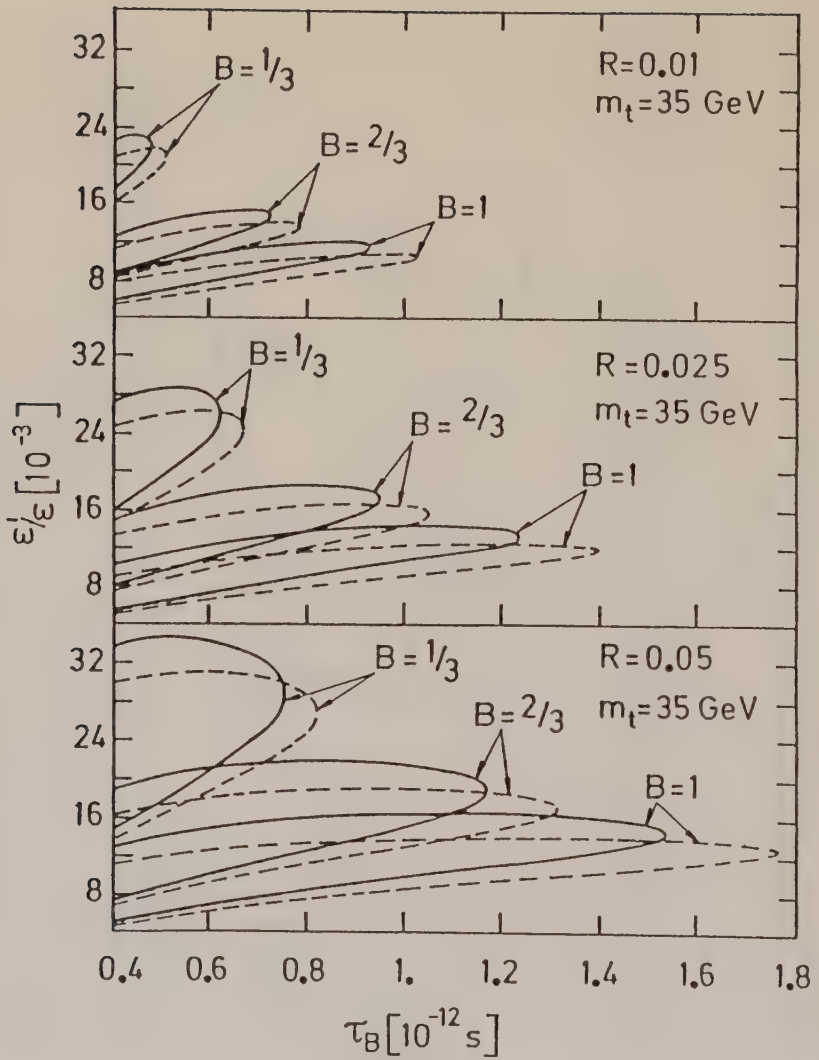


Fig. A10

Anhang 2. Diagramme zur phänomenologischen Analyse in Kap. 2.7

Fig. A11: Das Verhältnis $(\Delta M)_d/B^{2/5}$ für das System B_d als Funktion a) τ_B und b) von ξ für $m_t = 35$ GeV, $\bar{R} = 0.01, 0.03$ und $B = 1/3, 1$ und $3/2$.

Fig. A12: Wie in Fig. A11 für das Verhältnis $(-\Delta T/\Delta M)_d$.

Fig. A13: wie in Fig. A11 für Z_d .

Fig. A14: Wie in Fig. A11 für Z_s .

Fig. A15: Wie in Fig. A11 für x_d/B .

Fig. A16: Wie in Fig. A11 für $\sin 2\Upsilon_d$.

Fig. A17: Wie in Fig. A11 für $R_{\text{odd}}^{(d)}/B^2$.

Fig. A18: Wie in Fig. A11 für $\ell_d^\pm/B^2$.

Fig. A19: Wie in Fig. A11 für A/B .

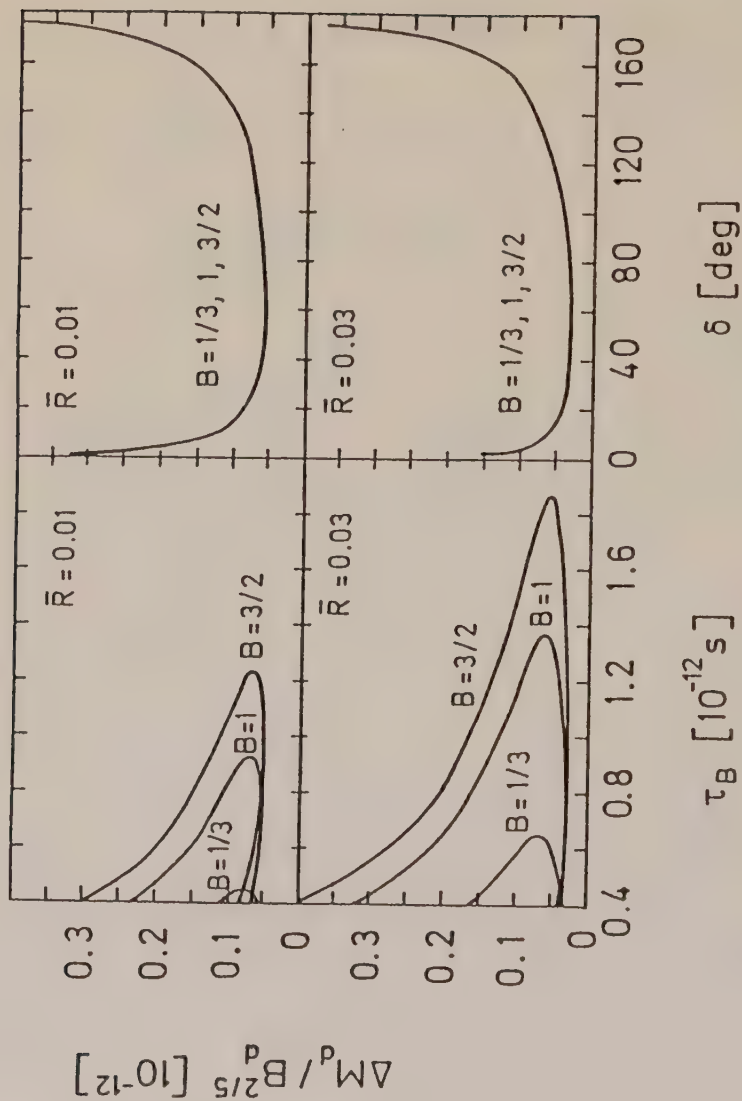


Fig. 11a

Fig. 11b

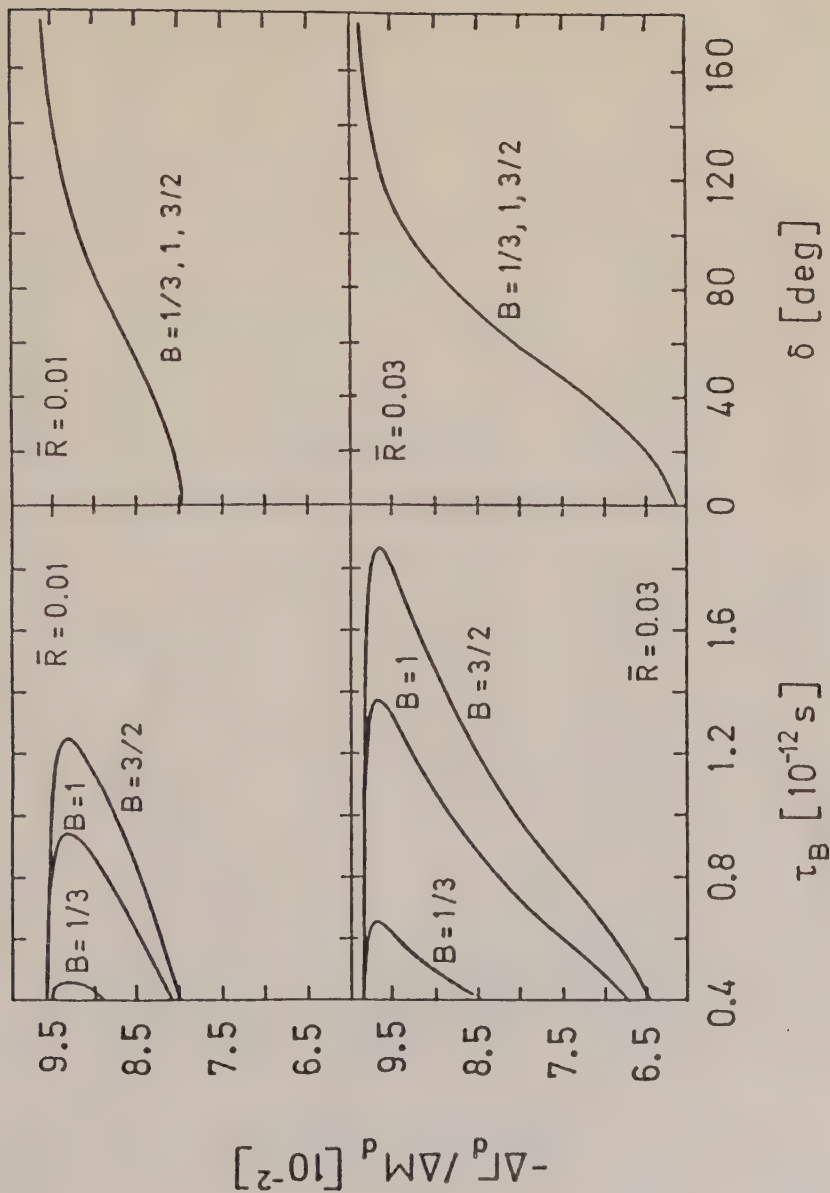


Fig. 12a

Fig. 12b

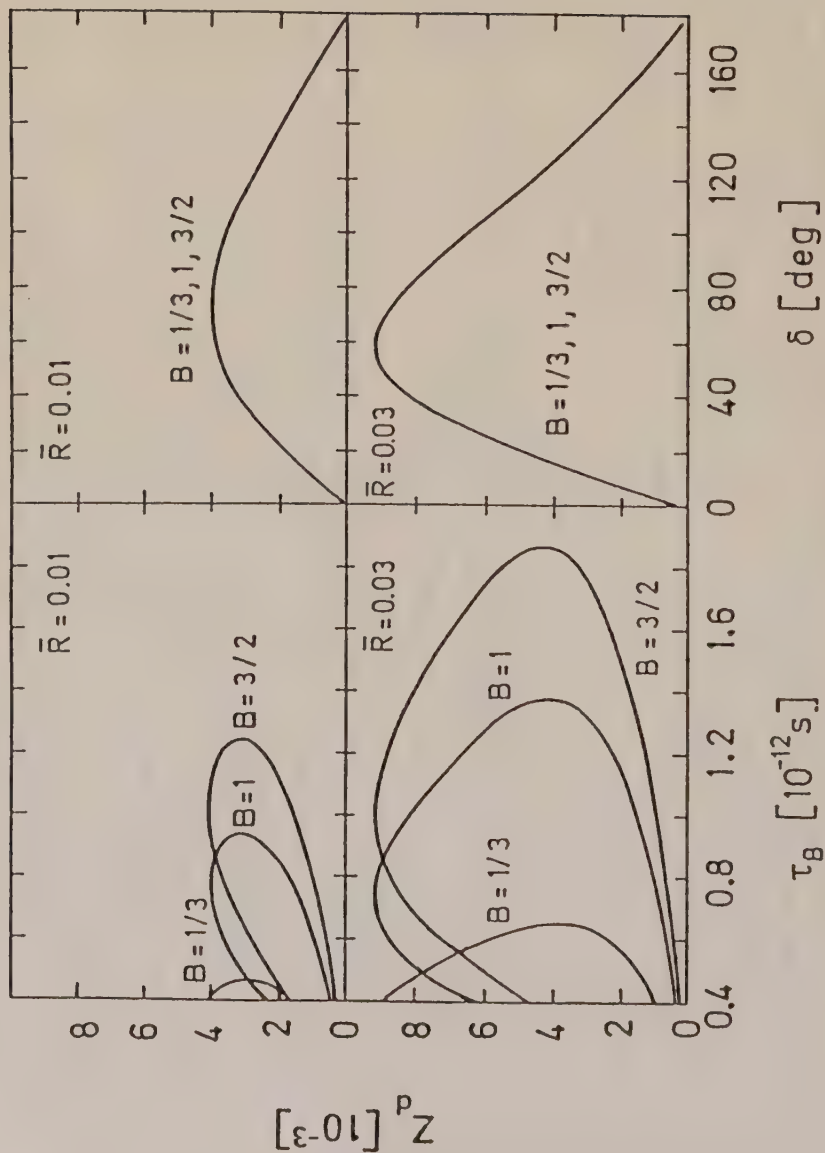


Fig. 13a

δ [deg]

Fig. 13b

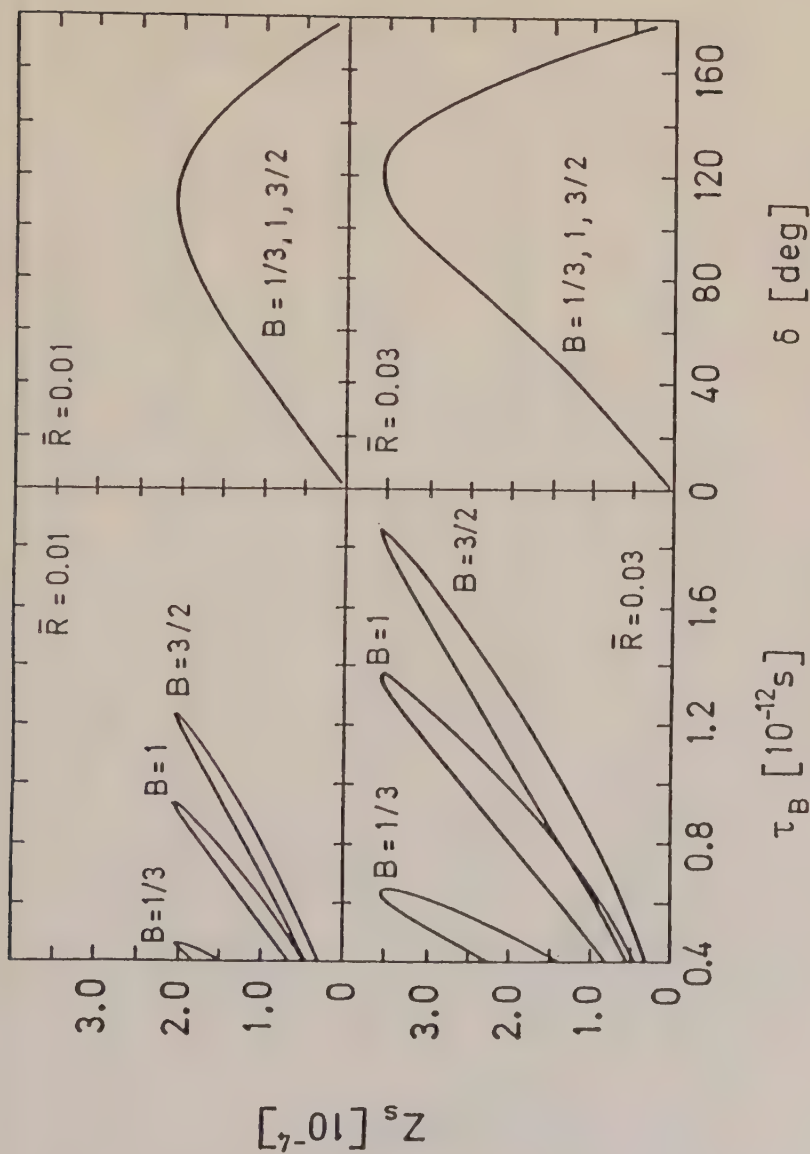


Fig. 14a

Fig. 14b

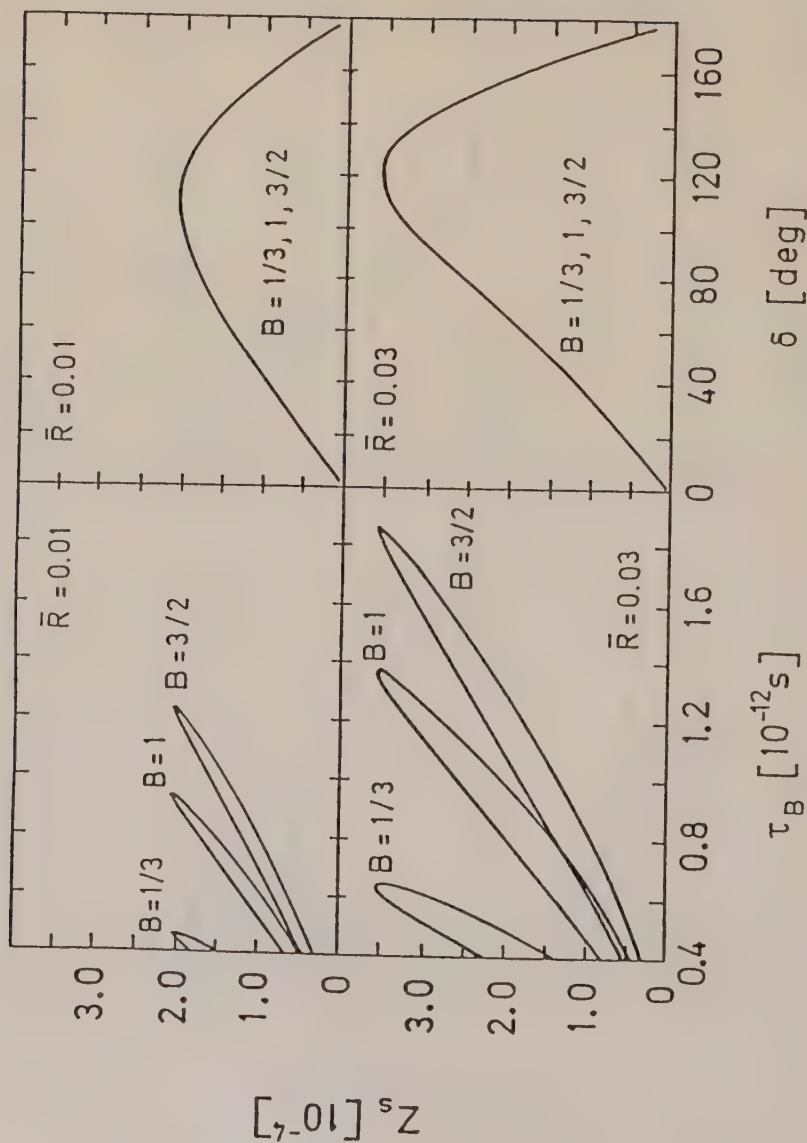


Fig. 14a

Fig. 14b

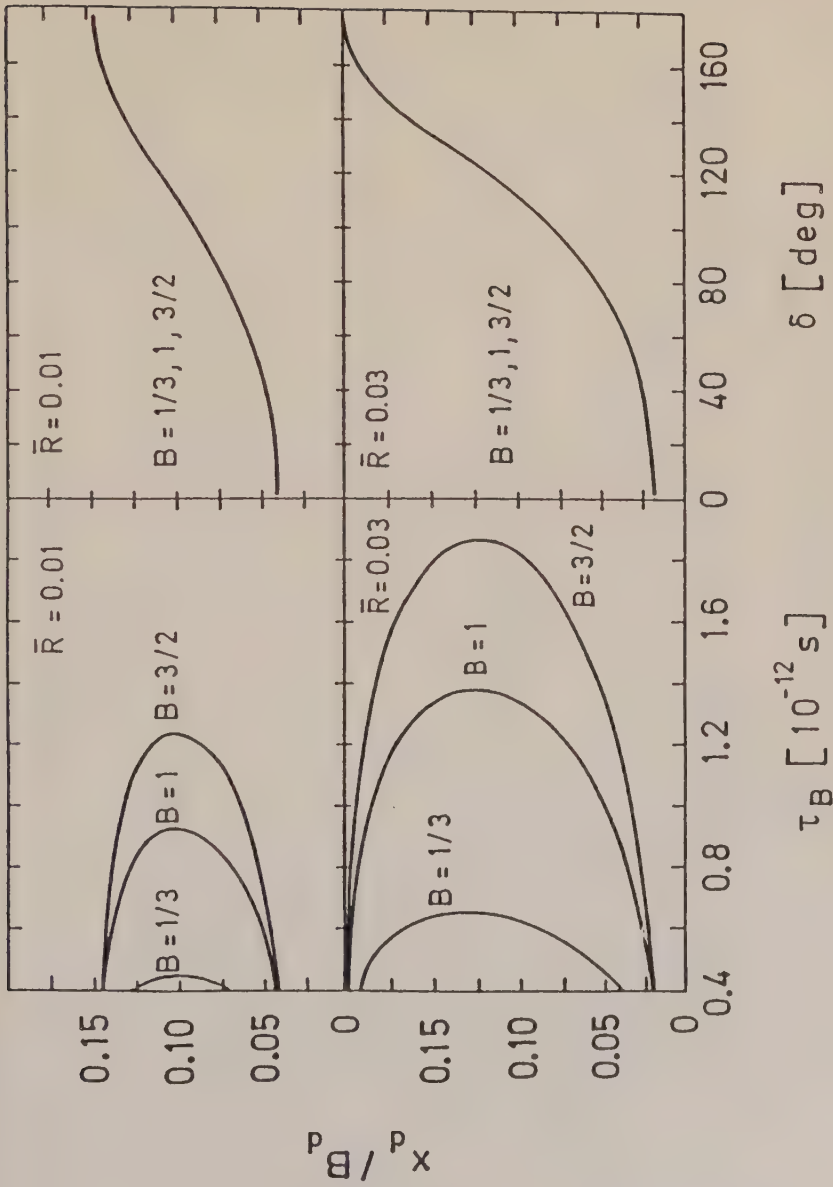


Fig. 15a

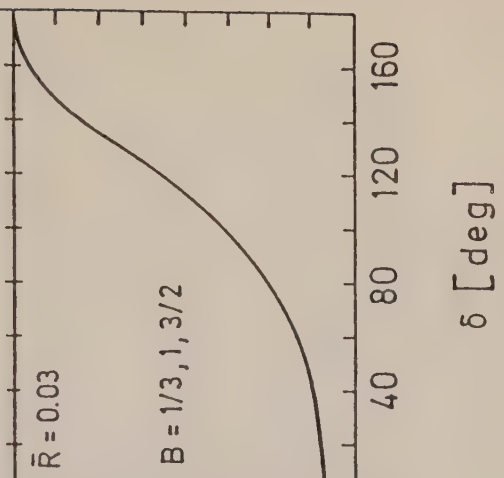


Fig. 15b

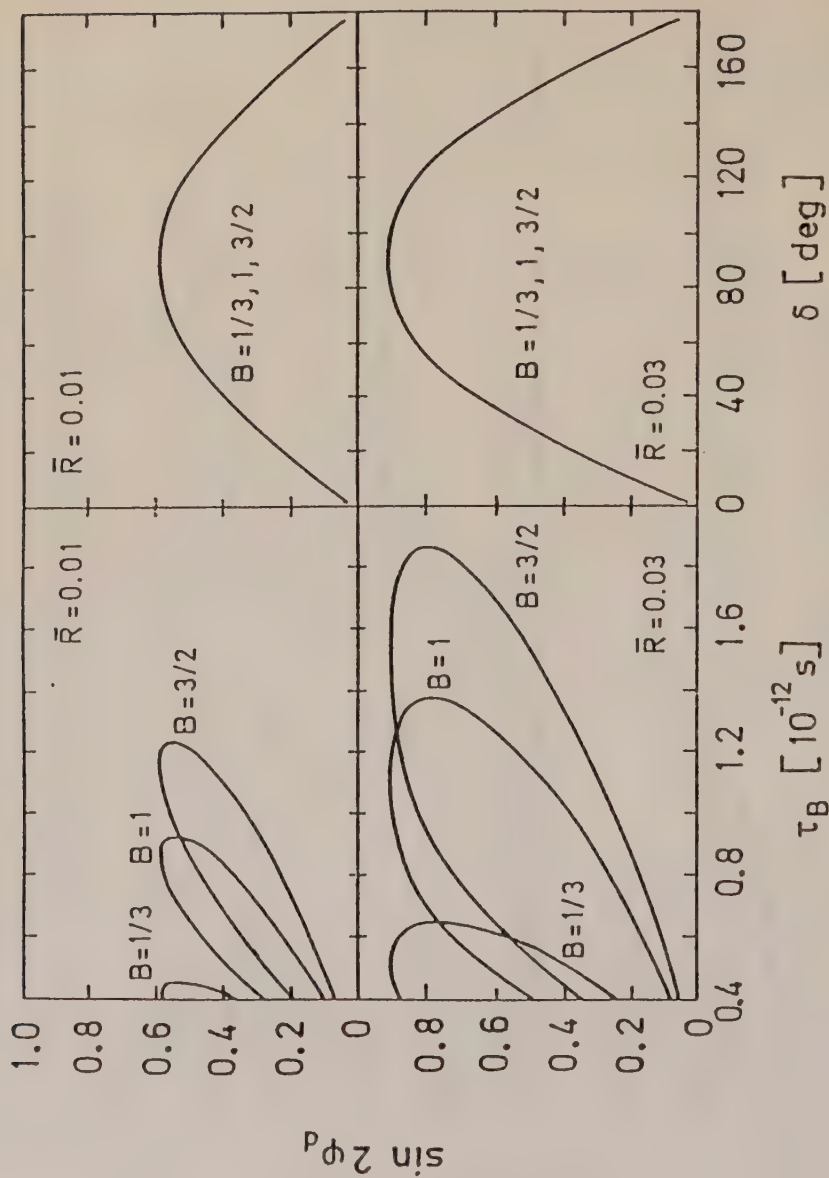


Fig. 16a

Fig. 16b

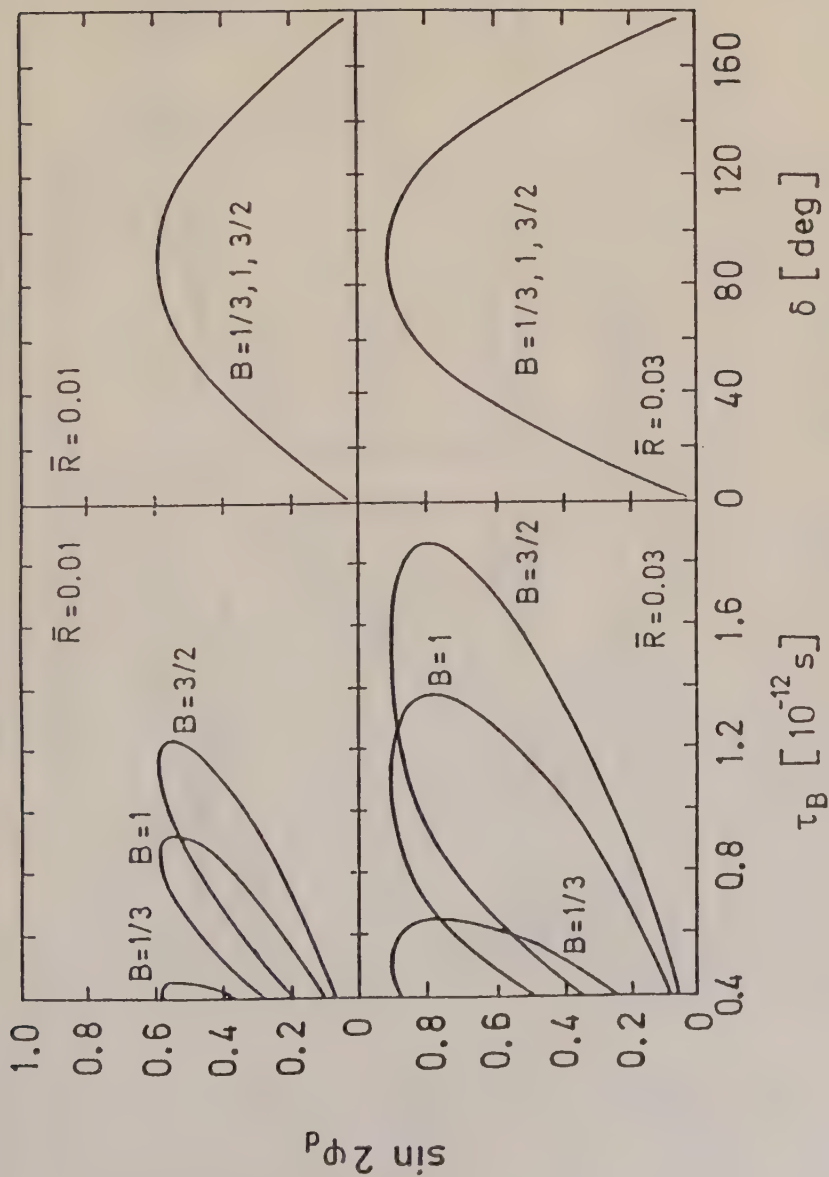


Fig. 16a

δ [deg]

Fig. 16b

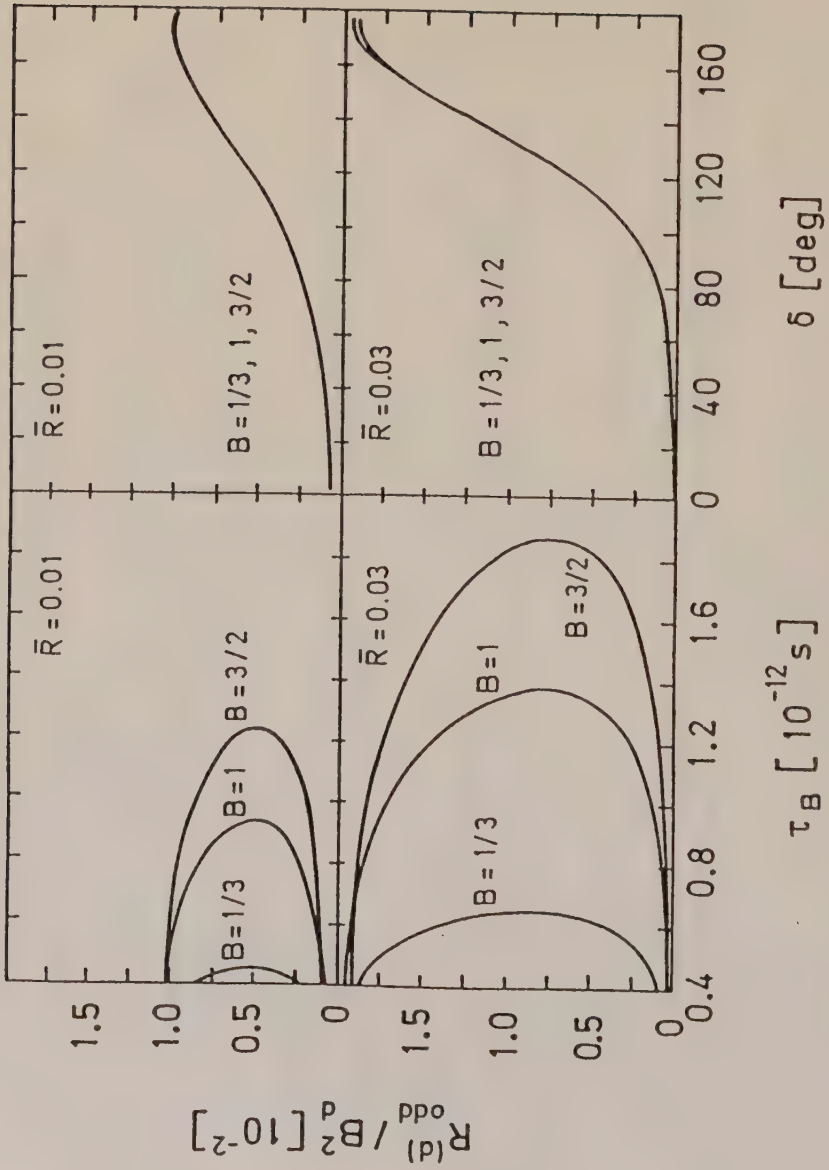


Fig. 17a

Fig. 17b

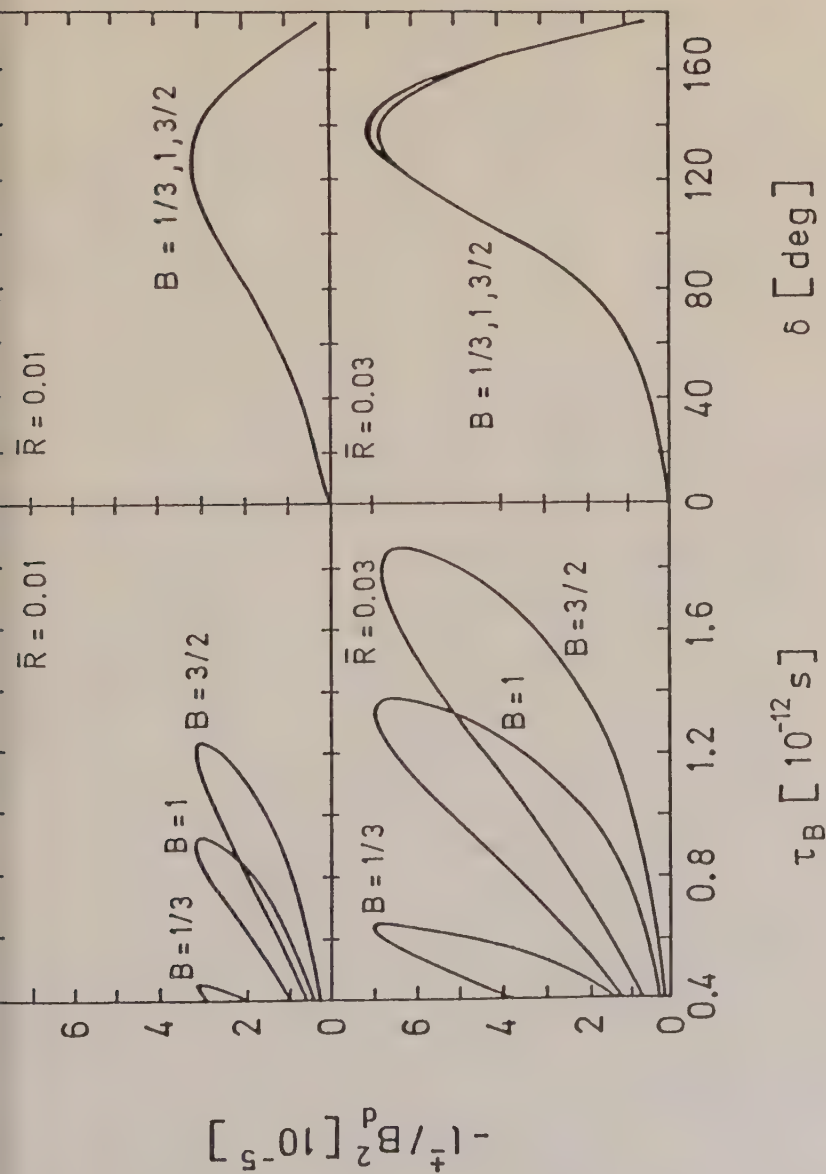


Fig. 18a

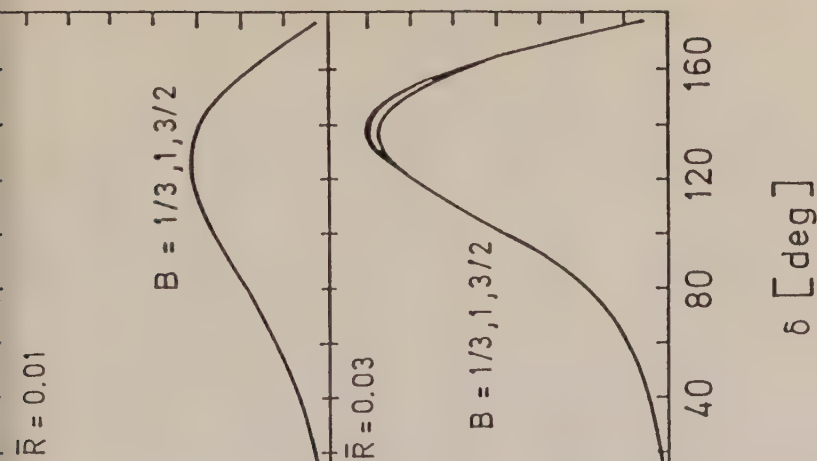


Fig. 18b

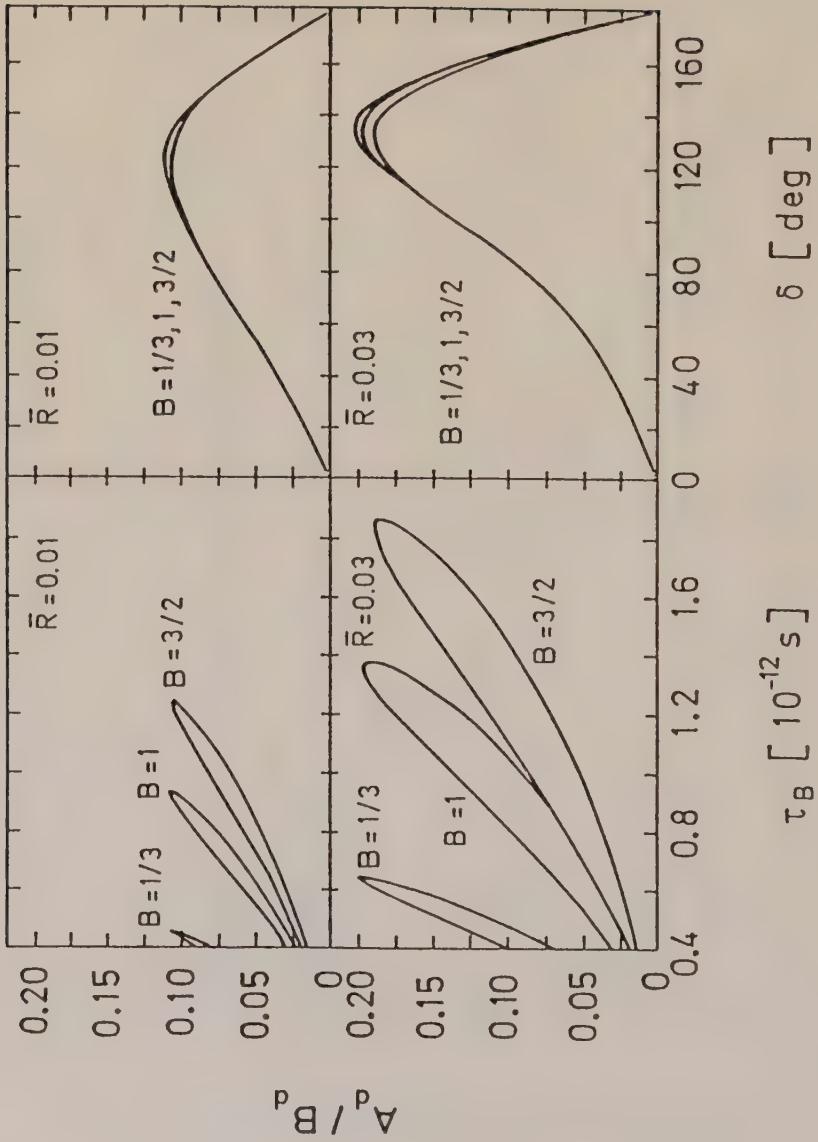


Fig. 19a

Fig. 19b

LITERATUR

- 1) G. Lüders, Zeitschr. f. Physik, 133 (1952) 325.
- 2) J. Schwinger, Phys. Rev. 82 (1951) 914; *ibid*, 91 (1953) 713.
- 3) W. Pauli, "Niels Bohr and Development of Physics", Pergamon Press, London 1955.
- 4) J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch and R. Turley, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 138;
V.L. Fitch, Rev. Mod. Phys. 53 (1981) 387;
J.W. Cronin, Rev. Mod. Phys. 53 (1981) 373;
Allgemeine Übersichtsartikel über CP Verletzung:
T.D. Lee und C.S. Wu, Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966) 511;
K. Kleinknecht, Ann. Rev. Nucl. Sci. 26 (1976) 1;
R.D. Peccei, Vortrag auf der Kyoto Sommerkonferenz 1981, MPI-PAE/PTH 37/81;
A.J. Buras, Vortrag bei der Konferenz "Workshop on the Future of Medium Energy Physics in Europe", 1984 in Freiburg, MPI-PAE/PTH 46/84;
E. de Rafael, Vorlesungen "Lectures on Quark Flavor Mixing in the Standard Model", MPI-PAE/PTH 72/84;
P. Langacker, Vortrag bei der "Aspen Winter Conference Series", Pennsylvania Preprint UPR-0276T (1985).
- 5) A.B. Carter und A.I. Sanda, Phys. Rev. D23 (1981) 1567.
- 6) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys. 56 (1984) 1.
- 7) L.B. Okun und I.B. Khriplovich, Sov. Journ. of Nucl. Phys. 6 (1968) 598;
M.P. Schmidt et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 556.
- 8) S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264;
A. Salam, Proc. of the 8th Nobel Symposium, Stockholm, Almqvist and Wicksel, 1968;
E. Abers and B.W. Lee, Phys. Rev. C9 (1973).
- 9) M. Kobayashi und T. Maskawa, Progr. Theor. Phys. 49 (1973) 652.
- 10) UA1 Collaboration, G. Arnison et al., Phys. Lett. 122B (1983) 103;
UA2 Collaboration, M. Banner et al., Phys. Lett. 122B (1983) 476.
- 11) L.-L. Chau, Phys. Rep. 95C (1983) 1.
- 12) Mark II Ergebnis, N.S. Lockyer et al., Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1316;
J. Jaros, Vortrag bei der 12. SLAC Sommerkonferenz (1984).

- 13) MAC Ergebnis, E. Fernandez et al., Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1022.
- 14) DELCO Ergebnis, D.E. Klem, Preprint SLAC-PUB-3379;
JADE und TASSO Ergebnis, M. Davier, Vortrag bei der 12. SLAC Sommerkonferenz (1984).
- 16) CLEO Coll., A. Chen et al., Phys. Lett. 130B (1983) 444;
J. Lee-Franzini, Vortrag bei der XIX. Moriond Konferenz (1984).
- 16) Fermilab Ergebnis, R.H. Bernstein et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1631.
- 17) Brookhaven Ergebnis, J.K. Black et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1628.
- 18) L. Wolfenstein, Phys. Lett. 144B (1984) 425;
M. Gronau und J. Schechter, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 2176;
M. Roos, Helsinki Preprint HU-TFT-84-38 (1984);
H. Fritzsch, München Preprint MPI-PAE/PTh 32/85;
C. Jarlskog, Bergen Preprint, USIP Report 85-14 (1985).
- 19) G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 8, Phys. Rev. D14 (1976) 3432;
R. Jackiw und C. Rebbi, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 172;
C.G. Callen, R.F. Dashen und D.J. Gross, Phys. Lett. 63B (1976) 334.
- 20) V. Baluni, Phys. Rev. D19 (1979) 2227;
R. Crewther, P. DiVecchia, G. Veneziano und E. Witten, Phys. Lett. 89B (1979) 123; 91B (1980) 487 (E).
- 21) I.S. Altarev et al., Konferenzbericht durch Lobosov, Neutrino '82 (Ungarn), Phys. Lett. 102B (1981) 13.
- 22) P.W. Higgs, Phys. Rev. Lett. 12 (1964) 132;
F. Englert und R. Brout, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 321;
G.S. Guralnik, C.R. Hagen und T. Kibble, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 585;
P.W. Higgs, Phys. Rev. 145 (1966) 1156.
- 23) W. Marciano und H. Pagels, Phys. Rep. C36 (1978) 137;
H. Fritzsch und M. Gell-Mann, Proc. XVI Int. Conf. on High Energy Physics, Chicago (1972);
W.A. Bardeen, H. Fritzsch und M. Gell-Mann in "Scale and Conformal Symmetry in Hadron Physics" (J. Wiley & Sons, Inc., 1973);
H. Fritzsch, M. Gell-Mann und H. Lentwyler, Phys. Lett. 47B (1973) 365;
A.J. Buras, Rev. Mod. Phys. 52 (1980) 199.

- 24) S. Ref. (10) und G. Arnison, Phys. Lett. 126B (1983) 398.
- 25) S.L. Glashow, J. Iliopoulos und L. Maiani, Phys. Rev. D2 (1970) 1285.
- 26) F.J. Gilman und J.S. Hagelin, Phys. Lett. 127B (1983) 111 zusammen mit Ref. (15).
- 27) L. Maiani, Proc. "Intern. Symp. on Lepton and Photon Interaction at High Energies" (Hamburg 1977) 867.
- 28) L.-L. Chau und W.-Y. Keung, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1802.
- 29) L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. 51 (1984) 1945.
- 30) S. Ref. (18) und M. Shin, Harvard preprint HUTP-84/A070; O.W. Greenberg, Fermilab-Pub.-85/44-T.
- 31) R.E. Shrock und L.L. Wang, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1962; A.E. Paschos und U. Türke, Phys. Lett. 116B (1982) 360.
- 32) D.H. Wilkinson, Phys. Lett. 67B (1977) 13; s. auch: I.S. Towner und S.C. Hardy, Phys. Lett. 73B (1978) 20.
- 33) A. Sirlin, Nucl. Phys. B196 (1982) 83; *ibid.* B71 (1974) 29; Phys. Rev. D22 (1980) 971; *ibid.* D5 (1972) 436; *ibid.* 164 (1967) 1767; Rev. Mod. Phys. 50 (1978) 573;
W.J. Marciano und A. Sirlin, Phys. Rev. D22 (1980) 2695; Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 1425.
- 34) H. Leutwyler und M. Roos, Preprint Rev. TH.3830-CERN.
- 35) M. Bourquin et al., Zeitschr. f. Phys. C12 (1982) 307; *ibid.* C21 (1983) 1, 17, 27.
- 36) J. Jaros, Vortrag bei der 12. SLAC Sommerkonferenz (1984); S. Wojcicki, Vortrag bei der 12. SLAC Sommerkonferenz (1984); J. Bjorken, Fermilab Preprint Fermilab-Pub.-85-27.
- 37) D. Hitlin, Vortrag bei der 12. SLAC Sommerkonferenz (1984); z.B.: R. Rückl "Weak Decays of Heavy Flavors", Habilitationsschrift an der Universität München.
- 38) J. Cortes, X. Pham und A. Tounsi, Phys. rev. D25 (1982) 188; H. Steger, Diplomarbeit (1982).
- 39) N. Cabibbo, G. Corbo und L. Maiani, Nucl. Phys. B155 (1979) 83; A. Ali und E. Pietarinen, Nucl. Phys. B154 (1979) 519.
- 40) A.J. Buras, W. Słominski und H. Steger, Nucl. Phys. B238 (1984) 529; *ibid.* B245 (1984) 369.

- 41) S. Stone, Vortrag auf dem "Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies", Ithaca (1983).
- 42) P.H. Ginsparg, S.L. Glashow and M.B. Wise, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1415.
- 43) V.F. Weisskopf und E.P. Wigner, Z. f. Physik 63 (1930) 54; *ibid.* 65 (1930) 18.
- 44) S. Ref. (40) und A.J. Buras, Vortrag bei der XIX Moriond Konferenz, MPI-PAE/PTh 26/84.
- 45) E. Ma, W.A. Simmons und S.F. Tuan, Phys. Rev. D20 (1979) 2888;
J.S. Hagelin, Phys. Rev. D20 (1979) 2893;
A.B. Carter und A.I. Sanda, Phys. Rev. D23 (1981) 1567.
- 46) T.D. Lee "Particle Physics and Introduction to Field Theory", Harwood Academic Publishers, Chur, London, New York (1981) 334 ff;
K. Kleinknecht, s. Ref. (4).
- 47) N.N. Biswas et al., Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1378.
- 48) T.T. Wu und C.N. Yang, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 380.
- 49) A.J. Buras und J.-M. Gérard, Preprint MPI-PAE/PTh 40/85.
- 50) M.K. Gaillard und B.W. Lee, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 108.
- 51) G. Altarelli und L. Maiani, Phys. Lett. 52B (1974) 351.
- 52) A.I. Vainshtein, V.I. Zakhorov und M.A. Shifman, JETP Lett. 22 (1975) 55; Nucl. Phys. B120 (1977) 316.
- 53) F.J. Gilman und M.B. Wise, Phys. Rev. D20 (1979) 2392.
- 54) M.B. Wise, SLAC-PUB-227 (1980).
- 55) B. Guberina und R.D. Peccei, Nucl. Phys. B163 (1980) 289.
- 56) R.D. Miller und B.H.J. McKellar, Aust. J. Phys. 35 (1982) 235.
- 57) H. Galić, B. Guberina, I. Picek, D. Tadić und J. Trampetić, FZKAAA 12 (3) (1980) 149.
- 58) C.T. Hill und G.G. Ross, Nucl. Phys. B171 (1980) 141.
- 59) E. Witten, Nucl. Phys. B122 (1977) 109.
- 60) M.B. Wise und E. Witten, Phys. Rev. D20 (1979) 1216.
- 61) A.J. Buras und W. Słominski, Nucl. Phys. B253 (1985) 231.
- 62) R.D. Peccei, Vorträge auf der XVII Karpacz Winterschule (1980).

- 63) E. Witten, Nucl. Phys. B104 (1976) 445.
- 64) N. Cabibbo, G. Martinelli und R. Petronzio, Preprint Ref. TH 3774 CERN (1983);
R. Brower, G. Maturana, M.B. Gavela und R. Gupta, Harvard Preprint HUTP-85/A004.
- 65) G. Altarelli, G. Curci, G. Martinelli und R. Petrarca, Phys. Lett. 99B (1981) 141; Nucl. Phys. B187 (1981) 461.
- 66) W.A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke und T. Muta, Phys. Rev. D18 (1978) 3998.
- 67) F.J. Gilman und M.B. Wise, Phys. Rev. D27 (1983) 1128.
- 68) J. Bijnens und M.B. Wise, Phys. Lett. 137B (1984) 245;
M.B. Wise, Preprint CALT-68-1179.
- 69) M.K. Gaillard und B.W. Lee, Phys. Rev. D10 (1974) 897.
- 70) S. Referenzen (25) und (9).
- 71) A.J. Buras, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 1354.
- 72) T. Inami und C.S. Lim, Prog. Theor. Phys. 65 (1981) 297, Err. ibid. 493.
- 73) M. Veltman, Nucl. Phys. B123 (1977) 89.
- 74) F.J. Gilman und J.S. Hagelin, Phys. Lett. 126B (1983) 111.
- 75) P.H. Ginsparg und M.B. Wise, Phys. Lett. 127B (1983) 265.
- 76) J.F. Donoghue, Phys. Rev. D30 (1984) 1499; UMHEP-196 (1984);
University of Massachusetts Preprint UMHEP-215 (1984).
- 77) J.E. Donogue, E. Golowich, W.A. Ponce und B.R. Holstein, Phys. Rev. D21 (1980) 186; Phys. Rev. D23 (1981) 1213.
- 78) P. Colić, D. Tadić und J. Trampetić, Phys. Rev. D26 (1982) 2286.
- 79) B. Gavela, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène und J.C. Raynal, Phys. Lett. 148B (1984) 225.
- 80) N. Bilić und B. Guberina, Phys. Lett. 150B (1985) 311;
Zeitschr. f. Phys. C27 (1985) 399;
B. Guberina, Vortrag XX. Moriond Konferenz (1985) MPI-PAE/PTh 21/85.
- 81) R. Decker, Karlsruhe Preprint (1985).
- 82) M. Gell-Mann, Phys. Rev. Lett. 12 (1964) 153.

- 83) N. Cabibbo, G. Martinelli und R. Petronzio, Nucl. Phys. B244 (1984) 381;
R. Brower, G. Maturana, M.B. Gavela und R. Gupta, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1318.
- 84) N. Bilić und B. Guberina, Phys. Lett. 136B (1984) 440.
- 85) R.E. Shrock und S.B. Treiman, Phys. Rev. D19 (1979) 2148.
- 86) P. Colić, B. Guberina, D. Tadić und J. Trampetić, Nucl. Phys. B221 (1983) 141.
- 87) J. Trampetić, Phys. Rev. D27 (1983) 1565.
- 88) F. Wagner, MPI-PAE/PTh 89/83.
- 89) J.F. Donoghue, E. Golowich und B.R. Holstein, Phys. Lett. 119B (1982) 412.
- 90) P. Ginsparg und M.B. Wise, Phys. Lett. 127B (1983) 265.
- 91) J. Gasser und H. Leutwyler, CERN Preprints TH 3689 (1983) und TH 3774 (1984).
- 92) J. Bijnens, H. Sonoda und M.B. Wise, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 2367.
- 93) P. Cea, G. Nardulli und G. Preparata, Phys. Lett. 148B (1984) 477.
- 94) B. Guberina, M. Machet und E. de Rafael, Phys. Lett. 128B (1983) 269.
- 95) A. Pich und E. de Rafael, MPI-PAE/PTh 25/85, CPT-85/S. 1768.
- 96) R.A. Bertlmann, G. Launer und E. de Rafael, Nucl. Phys. B250 (1985) 61.
- 97) J. Trampetic, Preprint CERN-TH 4102/85.
- 98) L. Wolfenstein, Nucl. Phys. B160 (1979) 501.
- 99) C.T. Hill, Phys. Lett. 97B (1980) 275.
- 100) J.F. Donoghue, E. Golowich und B.R. Holstein, Phys. Lett. 135B (1984) 481; UMHEP-191.
- 101) J.S. Hagelin, Nucl. Phys. B193 (1981) 123.
- 102) J.F. Donoghue und B.R. Holstein, UMHEP-188.
- 103) J.S. Hagelin, MIU-THP-84/010;
J.M. Frère, J.S. Hagelin und A. Sanda, Rockefeller Univ. Prep. RU84/B/84 (1984);
G. Ecker, Phys. Lett. 147B (1984) 369.

- 104) P.H. Ginsparg, S.L. Glashow und M.B. Wise, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1415.
- 105) J. Gilman und J.S. Hagelin, Phys. Lett. 126B (1983) 111; 133B (1983) 443.
- 106) L. Wolfenstein, CERN-TH 3925/84.
- 107) E.A. Paschos, B. Stech und U. Türke, Phys. Lett. 128B (1983) 240;
E.A. Paschos und U. Türke, Santa Barbara Preprint NSF-ITP-83-168 (1983).
- 108) K. Kleinknecht und B. Renk, Phys. Lett. 130B (1983) 459.
- 109) F.D. Gault und J.N. Webb, Univ. of Durham Preprint DTP 83/84;
J.N. Webb, Univ. of Durham Preprint DTP/83/22.
- 110) T. Brown und S. Pakvasa, UH-511-574 (1984).
- 111) X.Y. Pham und X. Chi Vu, PAR LP THE 83/28 (1983).
- 112) L.-L. Cau und W.-Y. Kenug, Brookhaven preprint, BNL-33811 (1983).
- 113) L. Bergström, E. Massó, P. Singer und D. Wyler, Phys. Lett. 134B (1984) 373.
- 114) L. Wolfenstein, NSF-ITP-83-146 (1983).
- 115) A.J. Buras, W. Słominski und H. Steger, Nucl. Phys. B245 (1984) 369.
- 116) G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 8; Phys. Rev. D14 (1976) 3432;
R. Jackiw und C. Rebbi, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 172;
C.G. Callan, R.F. Dashen und D.J. Gross, Phys. Lett. 63B (1976) 3432.
- 117) Ein Übersichtsartikel findet sich bei:
R.J. Crewther, Acta. Phys. Austriaca, Suppl. XIV (1978) 47.
- 118) A. Belavin, A. Polyakov, A. Schwartz und Y. Tyupkin, Phys. Lett. 59B (1979) 85.
- 119) V. Baluni, Phys. Rev. D19 (1979) 2227.
- 120) R.J. Crewther, P. Di Vecchia, G. Veneziano und E. Witten, Phys. Lett. 88B (1979) 123; 91B (1980) 487 (E).
- 121) R.D. Peccei, Tagungsbericht der Kyoto Sommerkonferenz 1981;
MPI-PAE/PTh 37/81.
- 122) J. Ellis und M.K. Gaillard, Nucl. Phys. B150 (1979) 141.
- 123) J. Ellis, M.K. Gaillard und D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. B109 (1976) 213;
E.P. Shabalin, Sov. J. Nucl. Phys. 28 (1978) 75; 31 (1980) 864.

- 124) B.F. Morel, Nucl. Phys. B157 (1979) 23;
E.P. Shabalin, Sov. J. Nucl. Phys. 32 (1980) 228;
D.V. Nanopoulos, A. Yildiz und P.H. Cox, Phys. Lett. 87B (1979) 53;
Ann. Phys. 127 (1980) 126;
M.B. Gavela et al., Phys. Lett. 109B (1982) 215.
- 125) Wilczek, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 279.
- 126) R.D. Peccei und H.R. Quinn, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1440; Phys. Rev. D16 (1977) 1791.
- 127) J.E. Kim, Phys. Rev. Lett. 43 (1978) 103;
M.A. Shifman, A.I. Vainshtein und V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B166 (1980) 493;
M. Dine, W. Fischler und M. Srednicki, Phys. Lett. 104B (1981) 99;
M.B. Wise, H. Georgi und S.L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 402.
- 128) P. Sikivie, XXI. Schlading Winterschule, Febr. 1982, "Axions und Cosmology".
- 129) H. Steger, in Vorbereitung.
- 130) A. Pais und S.B. Treiman, Phys. Rev. D12 (1975) 2744.
- 131) L.B. Okun, V.I. Zakharov und B.M. Pontecorvo, Nuovo Cim. Lett. 13 (1975) 218.
- 132) J. Ellis, M.K. Gaillard und D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. B109 (1976) 213;
J. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos und S. Rudaz, Nucl. Phys. B131 (1977) 285.
- 133) A. Ali und Z.Z. Aydin, Nucl. Phys. B148 (1978) 165.
- 134) E. Ma, W.A. Simmons und S.F. Tuan, Phys. Rev. D20 (1979) 2888.
- 135) J.S. Hagelin, Phys. Rev. D20 (1979) 2893.
- 136) A.B. Carter und A.I. Sanda, Phys. Rev. D23 (1981) 1567.
- 137) I.I.Y. Bigi und A.I. Sanda, Nucl. Phys. B193 (1981) 85.
- 138) J.S. Hagelin, Nucl. Phys. B193 (1981) 123.
- 139) E. Franco, M. Lusignoli und A. Pugliese, Nucl. Phys. B194 (1982) 403.
- 140) H.Y. Cheng, Phys. Rev. D26 (1982) 143.
- 141) L.-L. Chau, W.-Y. Keung und M.D. Tran, Phys. Rev. D27 (1983) 2145;
D. Hochberg und R.G. Sachs, Phys. Rev. D27 (1983) 606.

- 142) E.A. Paschos, B. Stech und U. Türke, Phys. Lett. 128B (1983) 240;
E.A. Paschos und U. Türke, Nucl. Phys. B243 (1984) 29.
 - 143) I.I.Y. Bigi und A.I. Sanda, Fermilab-Pub-83/74-THY (1983).
 - 144) L. Wolfenstein, Phys. Lett. 144B (1984) 425.
 - 145) X.Y. Pham und X. Chi Vu, PAR LP THE 83/28 (1983).
 - 146) L.-L. Chau und W.-Y. Keung, Brookhaven BNL-33811 (1983);
L.-L. Chau, Brookhaven Preprint BNL-33951 (1983).
 - 147) L.B. Okun, V.I. Zakharov und B.M. Pontecorvo, Nuovo Cim. Lett. 13
(1975) 218.
 - 148) UA1 Collaboration, Preprint CERN-EP/85-19.
 - 149) A. Ali und C. Jarlskog, Phys. Lett. 144B (1984) 266.
 - 150) T. Brown, S. Pakvasa und S.F. Tuan, Phys. Lett. 136B (1984) 117.
 - 151) C. Bernard, G. Hockney, A. Soni und T. Draper, Preprint UCLA/85/TEP/14.
 - 152) Y.A. Gol'fand und E.P. Likhtman, JETP Lett. 13 (1971) 323;
D.V. Volkov und A.P. Akulov, JETP Lett. 16 (1972) 438;
J. Wess und B. Zumino, Nucl. Phys. B70 (1974) 39.
- Zur Übersicht:
- A. Salam und J. Strathdee, Fortschr. d. Phys. 26 (1978) 57;
P. Fayet und S. Ferrara, Phys. Rep. 32C (1977) 249;
J. Wess und J. Bagger, "Supersymmetry und Supergravity", Princeton
Univ. Press 1983;
S.J. Gates, J.R., M.T. Grisaru, M. Rocek und W. Siegel "Superspace"
Frontiers in Physics, Benjamin / Cummings Publ. Comp., 1983;
H.P. Nilles, Phys. Rep. 110 (1985) 1;
G. Kane, Phys. Rep. 117 (1985) 75.
- 153) S. Coleman und J. Mandula, Phys. Rev. 159 (1967) 1251.
 - 154) z.B. P. Langacker, Phys. Rep. 72C (1981) 185 und Refs.
 - 155) J. Wess und B. Zumino, Phys. Lett. 49B (1974) 52;
J. Iliopoulos und B. Zumino, Nucl. Phys. B76 (1974) 310;
S. Ferrara, J. Iliopoulos und B. Zumino, Nucl. Phys. B77 (1974) 413;
M.T. Grisaru, W. Siegel und M. Rocek, Nucl. Phys. B159 (1979) 420.
 - 156) E. Gildener, Phys. Rev. D14 (1976) 1667;
E. Gildener und S. Weinberg, Phys. Rev. D15 (1976) 3333.

- 157) P. Fayet, Phys. Lett. 69B (1977) 489, 70B (1977) 461;
E. Witten, Nucl. Phys. B177 (1981), B185 (1981) 513;
M. Dine, W. Fischler und M. Srednicki, Phys. Lett. 104B (1981) 199,
Nucl. Phys. B192 (1981) 353;
S. Dimopoulos und H. Georgi, Nucl. Phys. B193 (1981) 150;
N. Sakai, Z. f. Phys. C11 (1981) 153;
D.V. Nanopoulos und K. Tamvakis, Phys. Lett. 110B (1982) 449;
R.K. Kaul, Phys. Lett. 109B (1982) 19;
R.K. Kaul und P. Majumdar, Nucl. Phys. B199 (1982) 36;
L. Alvarez-Gaume, M. Claudson und M. Wise, Nucl. Phys. B207 (1982) 96;
C. Nappi und B. Ovrut, Phys. Lett. 113B (1982) 175;
L. Ibanez und G.G. Ross, Phys. Lett. 110B (1982) 215;
J. Ellis, L. Ibanez und G.G. Ross, Phys. Lett. 113B (1982) 283, Nucl.
Phys. B221 (1983) 29;
S. Dimopoulos und S. Raby, Nucl. Phys. B192 (1982) 353;
J. Polchinski und L. Susskind, Phys. Rev. D26 (1982) 3661;
A. Masiero, D.V. Nanopoulos, K. Tamvakis und T. Yanagida, Phys. Lett.
115B (1982) 298;
S. Dimopoulos und F. Wilczek, Santa Barbara (1981);
L. Hall, I. Hinchcliffe und R. Cahn, 109B (1982) 426;
G. Farrar und S. Weinberg, Phys. Rev. D27 (1983) 2732;
P. Frampton und J.E. Kim, Univ. N. Carolina IFP-178-UNC;
M.B. Einhorn und D.R.T. Jones, Univ. of Michigan UMHE 81-55 (1981);
W. Marciano und J. Senjanovic, Brookhaven Preprint (1981);
S. Dimopoulos, S. Raby und F. Wilczek, Phys. Lett. 112B (1982) 113;
J. Ellis, D.V. Nanopoulos und S. Rudaz, Nucl. Phys. B202 (1982) 43;
C.S. Aulakh und R. Mohapatra, Phys. Lett. 121B (1983) 147; CCNY-HEP
82/4;
K. Inoue, A. Kakuto, H. Komatsu und S. Takeshita, Prog. Theor. Phys.
68 (1982) 927;
M. Dine und W. Fischler, Phys. Lett. 110B (1982) 227;
B. Grinstein, Nucl. Phys. B206 (1982) 387;
J. Leon, M. Quiros und M.R. Medrano, Nucl. Phys. B222 (1983) 104.
- 158) K. Symanzik, Cargèse Lectures in Physics, Vol. 5, ed. D. Bersis, Gordon
und Breach (1972);
L. Girardello und M.T. Grisaru, Nucl. Phys. B194 (1982) 65.
- 159) R. Barbieri, S. Ferrara und D.V. Nanopoulos, Zeitschr. f. Phys. CB
(1982) 267; Phys. Lett. 116B (1982) 16;

- J. Ellis, L. Ibanez und G.G. Ross, Phys. Lett. 113B (1982) 983; Nucl. Phys. B221 (1983) 29;
- L. Alvarez-Gaumé, M. Claudson und M.B. Wise, Nucl. Phys. B207 (1982) 16;
- M. Dine und W. Fischler, Nucl. Phys. B204 (1982) 346;
- T. Banks und V. Kaplunowsky, Nucl. Phys. B206 (1982) 45; Nucl. Phys. B211 (1983) 529;
- S. Dimopoulos und S. Raby, Nucl. Phys. B219 (1983) 479.
- 160) z.B. G. Farrar und S. Weinberg, Ref. 157.
- 161) Allgemeiner Überblick über Supergravitation:
P. van Nieuwenhuizen, Phys. Rep. 68 (1981) 4;
B. de Witt, in "Supersymmetry and Supergravity '84", Trieste Frühjahrstagung (1984), 49.
- 162) S. Deser und B. Zumino, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1433.
- 163) P. Nath, R. Arnowitt und A.H. Chamseddine, Phys. Lett. 121B (1983) 33.
- 164) R. Barbieri und S. Cecotti, Zeitschr. f. Phys. C17 (1983) 183.
- 165) s. Z.B.: Ref. (161) und H.P. Nilles, Phys. Rep. 110(1985)1 ;
E. Cremmer, B. Julia, J. Scherk, S. Ferrara, L. Girardello und P. van Nieuwenhuizen, Nucl. Phys. B147 (1979) 105, Phys. Lett. 74B (1978) 61;
J.A. Bagger, Nucl. Phys. B211 (1983) 302;
L. Alvarez-Gaumé, J. Polchinski und M.B. Wise, Nucl. Phys. B221 (1983) 495;
P. Nath, R. Arnowitt und A.H. Chamseddine, Vorlesungen auf der "Winter School of Supersymmetry and Supergravity" (1984) in Mahabaleshwar (Indien), Preprint NUB # 2650.
- 166) K.S. Stelle und P.C. West, Nucl. Phys. B145 (1978) 175;
P. van Nieuwenhuizen und S. Ferrara, Phys. Lett. 76 (1978) 404.
- 167) B. Zumino, Phys. Lett. 87B (1979) 203;
E. Witten und J. Bagger, Phys. Lett. 115B (1982) 202;
J. Bagger Ref. (165);
J. Bagger und E. Witten, Nucl. Phys. B222 (1983) 1.
- 168) N.P. Chang, S. Ovrly und X. Wu, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 327;
S. Ovrly, Phys. Lett. 136B (1984) 165, Phys. Rev. D31 (1985) 294;
X. Wu, Phys. Rev. D30 (1984) 2462.
- 170) s. Ref. (167), L. Alvarez-Gaumé und D.Z. Freedman in "Unification of the Fundamental Particle Interactions", ed. S. Ferrara et al. (Plenum, New York 1980) S. 41 ff.

- 171) S. Deser und B. Zumino, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1433.
- 172) R. Barbieri, S. Ferrara und C.A. Savoy, Phys. Lett. 119B (1982) 343;
A.H. Chamseddine, R. Arnowitt und P. Nath, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 970.
- 173) L. Ibañez, Phys. Lett. 118B (1982) 73.
- 174) L. O'Raifeartaigh, Nucl. Phys. B96 (1975) 331.
- 175) J. Polonyi, Budapest preprint KFKI-93 (1977).
- 176) J. Ellis und D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. 116B (1982) 133;
R. Barbieri, S. Ferrara und C.A. Savoy, Phys. Lett. 119B (1982) 343;
H.P. Nilles, M. Srednicki und D. Wyler, Phys. Lett. 120B (1982) 346;
L. Hall, J. Lykken und S. Weinberg, Phys. Rev. D27 (1983) 2359.
- 177) J.M. Frère, D.R.T. Jones und S. Raby, Nucl. Phys. B222 (1983) 11;
R. Barbieri, L. Girardello und A. Masiero, Phys. Lett. 127B (1983) 429;
J.-P. Derendinger und C.A. Savoy, CEN-Saclay Preprint SPht/83-98 (1983).
- 178) s. J.-P. Derendinger und C.A. Savoy, Ref. (177).
- 179) E. Cremmer, S. Ferrara, L. Girardello und A. van Proeyen, Nucl. Phys. B212 (1983) 413;
L. Ibañez, Phys. Lett. 118B (1982) 73.
- 180) R. Barbieri et al., Ref. (172).
- 181) H.P. Nilles et al., Ref. (176).
- 182) J. Ellis, S. Ferrara und D. Nanopoulos, Phys. Lett. 114B (1982) 231;
F. del Aquila, J.A. Grifds, A. Méndez, D.V. Nanopoulos und M. Srednicki, Phys. Lett. 129B (1983) 77.
- 183) T.D. Lee, Phys. Rev. D8 (1973) 1226;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 657.
- 184) M.J. Duncan, Nucl. Phys. B221 (1983) 285.
- 185) H.P. Nilles, Phys. Lett. 115B (1982) 193;
L. Ibañez, Phys. Lett. 118B (1982) 73;
J. Ellis, D.V. Nanopoulos und K. Tamvakis, Phys. Lett. 121B (1983) 123;
L. Ibañez und C. Lopez, Phys. Lett. 126B (1983) 54;
L. Alvarez-Gaumé, J. Polchinski und M.B. Wise, Nucl. Phys. B221 (1983) 495;
J. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos und K. Tamvakis, Phys. Lett. 125B (1983) 275.

- 186) M. Dugan, B. Grinstein und L. Hall, Harvard Preprint HUTP-84/A023;
W. Buchmüller und D. Wyler, Phys. Lett. 121B (1983) 321;
J. Polchinski und M.B. Wise, Phys. Lett. 125B (1983) 393;
D.V. Nanopoulos und M. Srednicki, Phys. Lett. 128B (1983) 61;
J.-M. Frère und M.B. Gavela, Phys. Lett. 132B (1983) 107;
A.I. Sanda, Preprint RU 85/B/121.
- 187) K. Inoue, A. Kakuto, H. Komatsu und S. Takeshita, Progr. of Theor. Phys. 68 (1982) 927.
- 188) J. Ellis und D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. 110B (1982) 44;
M. Suzuki, UC.Berkeley Preprint UCB-PTh/82/8 (1982);
B.A. Campbell, Phys. Rev. D27 (1983) 1468;
T. Inami und C.S. Lim, Nucl. Phys. B207 (1982) 533;
A.B. Lahanas und D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. 129 (1983) 46;
J.F. Donoghue, H.P. Nilles und D. Wyler, Phys. Lett. 128B (1983) 55.
- 189) s. A.I. Sanda, Ref. (186).
- 190) J.-M. Gérard, W. Grimus, A. Masiero, D.V. Nanopoulos und A. Raychaudhuri, Phys. Lett. 141B (1984) 79;
CERN Preprint TH.3920/84 (1984).
- 191) J.-M. Gérard, W. Grimus, A. Raychaudhuri und G. Zoupanos, Phys. Lett. 140B (1984) 349.
- 192) J.-M. Gérard, W. Grimus und A. Raychaudhuri, Phys. Lett. 145B (1984) 400.
- 193) K. Enqvist, D.V. Nanopoulos und A. Raychaudhuri, Phys. Lett. 151B (1985) 210.
- 194) W. Buchmüller und D. Wyler, Phys. Lett. 121B (1983) 321;
D.V. Nanopoulos und M. Srednicki, Phys. Lett. 128B (1983) 61;
T. Kurimoto, Osaka Preprint OS-GE 84-11 (1984).
- 195) C. Kounnas, A.B. Lahanas, D.V. Nanopoulos und M. Quiros, Nucl. Phys. B236 (1984) 438.
- 196) A. Bouquet, J. Kaplan und C.A. Savoy, Phys. Lett. 148B (1984) 69.
- 197) J.-M. Gérard, W. Grimus, A. Masiero, D.V. Nanopoulos und A. Raychaudhuri, Nucl. Phys. B253 (1985) 93.
- 198) L.E. Ibanez und C. López, Nucl. Phys. B233 (1984) 511.
- 199) A. Datta, P. Majumdar und A. Raychaudhuri, Preprint SINP/TNP/85/22, CUFP/85-1 (1985).

- 200) L. Alvarez-Gaumè, J. Polchinski und M. Wise, Nucl. Phys. B221 (1983) 499.
- 201) M. Claudson, L.J. Hall und I. Hinchcliffe, Nucl. Phys. B228 (1983) 501.
- 202) R. Gatto und G. Sartori, Phys. Lett. 124B (1983) 333.
- 203) J.-M. Gérard, W. Grimus, A. Raychaudhuri und G. Zoupanos s. Ref. 191).
- 204) J.-M. Gérard, W. Grimus, A. Masiero, D.V. Nanopoulos und A. Raychaudhuri s. Ref. 190).
- 205) J.-M. Gérard, W. Grimus und A. Raychaudhuri s. Ref. 192).
- 206) A. Bodek et al., Phys. Lett. 113B (1982) 82.
- 207) A.I. Sanda, Phys. Rev. D23 (1981) 2647);
N.G. Deshpande, Phys. Rev. D23 (1981) 2653;
J.F. Donoghue, J.S. Hagelin und B.R. Holstein, Phys. Rev. D25 (1982) 195;
D. Chang, Phys. Rev. D25 (1982) 1318.
- 208) G.D. Coughlan, W. Fischler, E.W. Kolb, S. Raby und G.G. Ross,
Phys. Lett. 131B (1983) 59.
- 209) R. Holman, P. Ramond und G.G. Ross, Phys. Lett. 137B (1984) 343.
- 210) G.D. Coughlan, R. Holman, P. Ramond und G.G. Ross, Phys. Lett. 140B
(1984) 44.
- 211) G.D. Coughlan, G.G. Ross, R. Holman, P. Ramond, M. Ruiz-Altaba und
J.W.F. Valle, Phys. Lett. 158B (1985) 401.
- 212) D. Chang, R.N. Mohapatra und G. Senjanović, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1419.
- 213) M.J. Hayashi und A. Murayama, Preprint SH-85-06 (1985).
- 214) J. Ellis, D.V. Nanopoulos und S. Sarkar, CERN Preprint TH 4057 (1984).
- 215) T. Appelquist und J. Carrazone, Phys. Rev. D11 (1975) 2865;
G. Senjanović und A. Sokorac, Nucl. Phys. B164 (1980) 305.
- 216) H. Nishiura, C.W. Kim und J. Kim, Preprint JHU-HET 8409 (1984).
- 217) A.N. Kamal, SLAC Preprint PUB 3593 (1985).
- 218) K. Kleinknecht s. Ref. 4).
- 219) S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17 (1966) 616;
J.L. Peterson, CERN Report 77-04.
- 220) R. Delbourgo und M.D. Scadron, University of Tasmania Preprint (1985).

Lebenslauf

Herbert Steger

22. Oktober 1955: Geboren in Übersee am Chimsee, Bayern, als erstes von drei Kindern des HF-Entwicklungsleiters Obering. Josef Steger und der Drogistin Ingeborg Steger, geb. Dressler
- September 1962: Volksschule in Übersee
- September 1966: Ludwig-Thoma-Gymnasium in Prien am Chimsee
21. Juni 1975: Abitur am mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweig des Gymnasiums in Prien
- November 1975: Beginn des Studiums an der Ludwig-Maximilians-Universität München
23. Juni 1982: Diplom im Fach theoretische Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München
1. Januar 1983: Beginn der Doktorarbeit am Max-Planck-Institut für Physik

